

Hans-Peter Deutsch/Mark Beinker

Derivate und Interne Modelle

Modernes Risikomanagement

5. Auflage

d-fine



SCHÄFFER
POESCHEL

Hans-Peter Deutsch
Mark Beinker

Derivate und Interne Modelle

Modernes Risikomanagement

5., überarbeitete und erweiterte Auflage

2014
Schäffer-Poeschel Verlag Stuttgart

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der
Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind
im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

E-Book ISBN 978-3-7992-6747-2

Dieses Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

© 2014 Schäffer-Poeschel Verlag für Wirtschaft Steuern Recht GmbH
www.schaeffer-poeschel.de
info@schaeffer-poeschel.de

Einbandgestaltung: Willi Löffelhardt / Jessica Joos
Satz: le-tex publishing services GmbH, Leipzig

Mai 2014

Schäffer-Poeschel Verlag Stuttgart
Ein Tochterunternehmen der Haufe Gruppe

Vorwort zur fünften Auflage

Bei Erscheinen der vierten Auflage war die Finanzkrise bereits in vollem Gange. Es brauchte aber eine Weile, bis ihre nachhaltigen Folgen auf die Bewertung von Derivaten und die Messung ihrer Risiken deutlich wurden. Inzwischen hat sich zumindest in einigen Punkten ein neuer Standard etabliert. Diese fünfte Auflage macht sich nun zur Aufgabe, die wichtigsten Folgen aufzuzeigen und verständlich aufzubereiten. Dies erforderte insbesondere auch die Hinzunahme eines neuen Kapitels zur Bewertung von Kreditrisiken in Derivaten. Das Kapitel über die Erzeugung von Zinskurven wurde komplett neu geschrieben, da sich die heutige Mehr-Kurvenwelt in vielerlei Hinsicht von der Ein-Kurvenwelt vor der Finanzkrise unterscheidet. Querbezüge zu den neuen Kapitel wurden quer durch das ganze Buch eingefügt, um aufzuzeigen, wo überall sich die Veränderungen bemerkbar machen. Die Hoffnung ist, dass dadurch der Charakter des Buches in seiner konsistenten Ganzheit erhalten geblieben ist.

Zusätzlich wurde die Gelegenheit einer Neuauflage genutzt, um das gesamte Werk gründlich zu modernisieren und zu überarbeiten. Zum einen wurden viele Detailänderungen vorgenommen (z. B. haben Diskontfaktoren nicht mehr den Zinssatz als Index, da dies in der heutigen Mehr-Kurvenwelt eher Verwirrung stiftet). Die Tabellen und Abbildungen wurden ebenfalls teils neu formatiert. Zum Teil wurde auch der Aufbau des Buches verändert. Aus pädagogischen Gründen befindet sich z. B. nun der Abschnitt über Binomial- und Trinomial-Bäume vor dem Abschnitt über finite Differenzen-Methoden. Die Systematik der Finanzinstrumente wurde umgestellt, um die wesentlichen Unterscheidungsmerkmale der Finanzprodukte besser zu verdeutlichen. Aus dem gleichen Grund wurde auch der Teil „Instrumente“ auf mehrere Kapitel aufgeteilt und stark erweitert, insbesondere betrifft das z. B. Devisentermingeschäfte und Kreditderivate. Bisher nicht berücksichtigte Tageszählmethoden wurden ergänzt und Bezüge zu den stark veränderten (und sich noch immer stark verändernden) regulatorischen Rahmenbedingungen wurden angepasst.

Die Excel-Beispiele wurden ebenfalls teilweise überarbeitet und erweitert, liegen dem Buch jetzt allerdings nicht mehr als CD bei, sondern sind stattdessen über eine von der d-fine GmbH bereitgestellte Web-Seite verfügbar[1]. Von dort kann sich jeder Leser die Beispiele herunterladen. Außerdem ist geplant, dort Aktualisierungen, Errata, News zu aktuellen Entwicklungen usw. verfügbar zu machen.

Ohne die Unterstützung der Mitarbeiter und Kollegen von d-fine wäre diese neue Auflage nicht zustande gekommen. Deshalb möchte ich mich an dieser Stelle bei allen Kollegen für die zahlreichen fruchtbaren Diskussionen und wertvollen Hinweise bedanken. Insbesondere bedanke ich mich für die Zeit, die ich mir für die Erstellung der neuen Auflage nehmen konnte. Mein ganz besonderer Dank gilt Hans-Peter Deutsch, der das Vorhaben einer Neuauflage mit Begeisterung aufgenommen und von Anfang an unterstützt hat.

Frankfurt, im Dezember 2013

Mark Beinker

Vorwort zur vierten Auflage

Die Philosophie dieses Buches ist, eine Einführung in die Bewertung und das Risikomanagement von modernen Finanzinstrumenten zu geben. Und zwar in einer (auch mathematisch!) präzisen Ausdruckweise, einer sich durch alle Themengebiete durchziehenden konsistenten und genauen Notation, und in einer Detailtiefe, die dem Leser ein wirklich tiefgehendes Verständnis der Materie vermittelt. Ein Verständnis, das den Leser sogar in die Lage versetzt, selbstständig Bewertungs- und Risikomanagementsysteme zu *entwickeln* (bis hin zum buchstäblichen Programmieren), sollte dies notwendig sein. Solche Aufgaben werden wesentlich durch die beiliegende CD-ROM erleichtert. Diese CD enthält teilweise sehr aufwendige Microsoft Excel™ Workbooks, die die konkrete Umsetzung der im Buch behandelten Konzepte in lauffähige Algorithmen explizit vorführen. Teilweise wurden hierfür die Rechnungen innerhalb der Zellen der Tabellenkalkulation hinterlegt, teilweise Visual Basic™ Module geschrieben. Sämtliche Kalkulationen in den Zellen und die Source Codes aller Visual Basic™ Module sind selbstverständlich einsehbar und stellen somit eine Sammlung tausender Beispiele dar, die dem Leser eine wertvolle Hilfe beim Verständnis der teilweise recht komplexen Materie sein wird, und darüber hinaus als Ausgangsbasis zur Entwicklung eigener Bewertungs- und Risikomanagementverfahren dienen kann.

Das Buch soll dem Leser ein umfassendes Rüstzeug für alle wichtigen Themengebiete des modernen Markt- und Risikomanagements in die Hand geben. Hierfür wird vom Leser keinerlei Vorbildung bzgl. Finanzen erwartet, wohl aber ein fundierter mathematischer und analytischer Hintergrund, wie ihn typischerweise Naturwissenschaftler, Mathematiker, Informatiker, Ingenieure, etc. mitbringen. Es wird nicht einmal vorausgesetzt, dass der Neueinsteiger z. B. den Zinseszins kennt. Das Buch ist aber durchaus auch für den erfahrenen Risikomanager oder Financial Engineer interessant, da die vorgestellten Konzepte teilweise sehr weit getrieben und auf tiefgehende Fundamente gestellt werden, was ein deutlich über das „gewohnte Maß“ hinausgehendes Verständnis der Materie ermöglicht.

Da die Schönheit eines Raumes hinter einer Tür wenig nützt, wenn man die Tür nicht findet, wurde insbesondere sehr großer Wert auf die *Einstiege* in die verschiedenen Themen gelegt. Da man hier den Leser nicht schon verlieren will, und ihm auch nicht zumuten will, zunächst andere (zitierte) Literatur zu studieren, bevor er mit der Lektüre dieses Buches fortfahren kann, wird praktisch jedes benötigte Konzept im Buch selbst erklärt; vom Zinseszins bis zu Zinsstrukturmodellen, vom Mittelwert bis zum Value at Risk, von der Zeitreihenanalyse bis zu GARCH-Modellen, von Arbitrage bis zu Differentialgleichungen und exotischen Optionen, von der Normalverteilung bis zu Martingalen, usw.

Die Auswahl der Themen und die Art der Darstellung resultieren zu einem großen Teil aus meiner Erfahrung als Berater in der Finanzwelt; zunächst mit der *Financial Risk Consulting* Abteilung bei *Arthur Andersen* Deutschland, die ich über Jahre die Freude hatte, aufzubauen und zu leiten, und seit 2002 mit der *d-fine* GmbH, die die Weiterführung dieser Financial Risk Consulting Abteilung als eigene Firma ist. Durch eine solche Tätigkeit sieht man zum einen, was in der Finanzwelt an Wissen und Methoden benötigt wird, und zum anderen, was Neueinsteiger in dieses Gebiet als Rüstzeug brauchen.

Bedanken möchte ich mich an dieser Stelle bei vielen (teilweise ehemaligen) Mitgliedern des *Financial Risk Consulting* Teams und der *d-fine* GmbH, für wertvollen Input und viele nützliche Diskussionen; nicht nur zu diesem Buch, sondern auch in unserem täglichen Beratungsgeschäft.

Frankfurt, im Februar 2008

Hans-Peter Deutsch

Inhaltsverzeichnis

Teil I Grundlagen	1
1 Einleitung	3
2 Die grundlegenden Risikofaktoren der Finanzmärkte	7
2.1 Zinsen	7
2.1.1 Day Count Conventions	7
2.1.2 Business Day Conventions	10
2.1.3 Diskontfaktoren	12
2.1.4 Zinsmethoden	13
2.1.5 Spot-Rates	17
2.1.6 Forward Rates	17
2.2 Kurse	19
2.3 Ein anschauliches Modell für die Risikofaktoren	21
2.3.1 Der Random-Walk als Grundlage vieler Preis- und Risikomodelle .	21
2.3.2 Risikofaktoren als Random-Walks	23
2.4 Ito-Prozesse und stochastische Analysis	29
2.4.1 Der allgemeine Diffusionsprozess	29
2.4.2 Ito's Lemma	30
2.4.3 Übergangswahrscheinlichkeiten, Forward- und Backward-Equation	35
2.4.4 Forward- und Backward-Equation in der Black-Scholes-Welt	41
3 Finanzinstrumente: Eine Systematik von Derivaten und Underlyings	43
3.1 Emittenten und Kontrahenten	43
3.2 Kassageschäfte	43
3.3 Termingeschäfte	44
3.3.1 Swaps	47
3.3.2 Optionen	47
3.4 Klassifizierung von Zinspapieren	50
3.4.1 Geldmarktpapiere	50
3.4.2 Kapitalmarktpapiere	54
Teil II Methoden	57
4 Überblick über die Voraussetzungen	59
5 Barwerte, Renditen und traditionelle Risikokennzahlen	61
5.1 Barwert und Yield To Maturity	61
5.2 Effektivzins und Net Present Value	62
5.3 Stückzinsen, Restschuld und Par Rates	65
5.4 Traditionelle Kennzahlen von Zinsinstrumenten	69
5.4.1 Mittlere Laufzeit und Macaulay Duration	69

5.4.2	Modified Duration und Convexity	70
5.4.3	Addition traditioneller Sensitivitäten	73
6	Arbitrage	77
6.1	Forward- und Futures-Geschäfte	77
6.1.1	Terminkurs und Cash And Carry Arbitrage	77
6.1.2	Der stochastische Prozess für den Terminkurs	79
6.1.3	Forward-Positionen	80
6.1.4	Future-Positionen und Basisrisiko	80
6.2	Optionen	81
6.2.1	Ober- und Untergrenzen für Optionspreise	81
6.2.2	Vorzeitige Ausübung amerikanischer Optionen	82
6.2.3	Beziehungen zwischen Put und Call	83
7	Black-Scholes-Differentialgleichungen	85
7.1	Herleitung der Black-Scholes-PDGL aus Arbitrageüberlegungen	85
7.1.1	Die Differentialgleichung für europäische Optionen	86
7.1.2	Die Differentialgleichung für amerikanische Optionen	88
7.1.3	Ein erster Kontakt mit der risikoneutralen Welt	90
7.2	Die Black-Scholes-DGL und die Backward-Equation	91
7.2.1	Ein zweiter Kontakt mit der risikoneutralen Welt	93
7.3	Der Zusammenhang zur Diffusionsgleichung	94
8	Integralformen und analytische Lösungen in der Black-Scholes-Welt	97
8.1	Optionspreise als Lösungen der Diffusionsgleichung	97
8.2	Optionspreise und Übergangswahrscheinlichkeit	99
8.3	Black-Scholes-Optionspreise für verschiedene Underlyings	102
8.3.1	Optionen auf den Spotkurs	102
8.3.2	Optionen auf den Terminkurs	103
8.3.3	Optionen auf Zinsen	105
9	Binomial- und Trinomialbäume	109
9.1	Allgemeine Bäume	109
9.1.1	Das Underlying und das replizierende Portfolio	109
9.1.2	Das Derivat	110
9.1.3	Termingeschäfte	112
9.2	Rekombinierende Bäume	112
9.2.1	Das Underlying	112
9.2.2	Die Binomialverteilung für Europäische Derivate	113
9.2.3	Ein dritter Kontakt mit der risikoneutralen Welt	116
9.3	Random-Walk und Binomial-Parameter	119
9.4	Das Binomialmodell für unendlich kleine Schritte	122
9.4.1	Die Bestandteile der Black-Scholes-Optionspreisformeln	123
9.5	Trinomialbäume	124
9.5.1	Der Trinomialbaum als verbesserter Binomialbaum	126

10	Numerische Lösung von Differentialgleichungen mittels Finiter Differenzen	129
10.1	Diskretisierung der Black-Scholes-Gleichung	129
10.1.1	Die explizite Methode	130
10.1.2	Die implizite Methode	131
10.1.3	Die verallgemeinerte Crank-Nicolson-Methode	131
10.1.4	Symmetrische finite Differenzen für das Underlying	132
10.2	Differenzen-Schemata	135
10.2.1	Anfangswertbedingungen	138
10.2.2	Dirichletsche Randbedingungen	138
10.2.3	Neumannsche Randbedingungen	143
10.2.4	Verallgemeinerte Neumannsche Randbedingungen	147
10.2.5	Freie Randbedingungen für amerikanische Optionen	148
10.3	Konvergenzkriterien	152
10.3.1	Verbesserung der Konvergenzeigenschaften	154
10.4	Diskrete Dividenden	156
10.5	Beispiel	157
10.6	Zusammenhang zwischen finiten Differenzen und Bäumen	160
11	Monte-Carlo-Simulationen	161
11.1	Ein einfaches Beispiel: der Flächeninhalt eines Kreises	162
11.2	Die allgemeine Vorgehensweise der Monte-Carlo-Simulation	165
11.3	Monte-Carlo-Simulationen von Risikofaktoren	166
11.3.1	Simulation der zeitlichen Entwicklung <i>eines</i> Risikofaktors	166
11.3.2	Simulation mehrerer miteinander korrelierter Risikofaktoren	169
11.4	Preisberechnung	172
11.5	American Monte-Carlo	173
12	Hedging	177
12.1	Hedging von Derivaten mit Kassageschäften	177
12.1.1	Hedging von Forwards und Futures	178
12.2	Hedging von Derivaten mit Termingeschäften	180
12.2.1	Hedging mit Forwards	180
12.2.2	Hedging mit Futures	182
12.3	Hedge-Ratios für beliebige Kombinationen von Finanzinstrumenten	183
12.4	„Griechisches“ Risikomanagement mit Sensitivitäten	186
12.4.1	Sensitivitäten und die Wertänderung eines Portfolios	186
12.4.2	Omega und Beta	188
12.4.3	Addition von Sensitivitäten bzgl. verschiedener Underlyings	191
12.5	Berechnung der griechischen Risikokennzahlen	192
12.5.1	Sensitivitäten im Binomialmodell	192
12.5.2	Sensitivitäten im Black-Scholes-Modell	194
12.5.3	Sensitivitäten mittels der Finite-Differenzen-Methode	194
12.5.4	Sensitivitäten mittels Monte-Carlo-Simulationen	195

13	Martingale und Numeraire	197
13.1	Die Martingaleigenschaft	197
13.2	Die Normierung (Numeraire)	199
13.3	Selbstfinanzierende Portfoliostrategien	203
13.4	Die Verallgemeinerung auf stetige Zeit	205
13.5	Die Drift	213
13.6	Der Marktpreis des Risikos	216
13.7	Handelbare Underlyings	217
13.8	Anwendung auf die Black-Scholes-Welt	218
14	Zinsen und Zinsstrukturmodelle	223
14.1	Instantane Spot-Rate und Instantane Forward Rate	224
14.2	Die wichtigsten Normierungen	225
14.2.1	Das risikoneutrale Maß	226
14.2.2	Das terminpreisneutrale Maß	227
14.3	Der Spezialfall deterministischer Zinsen	228
14.4	Handelbare und nicht handelbare Größen	230
14.5	Convexity Adjustments	232
14.5.1	In-Arrears-Swaps	234
14.5.2	Geldmarktfutures	236
14.6	Arbitragefreie Gittermodelle (Bäume)	238
14.6.1	Backward Induction	239
14.6.2	Forward Induction und Greens-Funktionen	242
14.7	Marktzinsen versus Instantane Zinsen	246
14.7.1	Arrow-Debreu-Preise	247
14.7.2	Bewertung von Caplets mittels Arrow-Debreu-Preisen	249
14.8	Explizite Spezifikation von Short-Rate-Modellen	251
14.8.1	Der Einfluss der Volatilität	252
14.8.2	Normal-Models	253
14.8.3	Lognormal-Models	256
14.9	Das Beispielprogramm TERMSTRUCTUREMODELS.XLS	259
14.9.1	Aufbau des Zinsbaumes und Optionsbewertung	259
14.9.2	Absolute und relative Volatilitäten	261
14.9.3	Kalibrierung der Volatilitäten	262
14.10	Monte-Carlo-on-the-Tree	264
14.11	Die Drift bei Zinsstrukturmodellen	265
14.11.1	Heath-Jarrow-Morton-Modelle	265
14.11.2	Short-Rate-Modelle	266
14.12	Short-Rate-Modelle in Diskreter Verzinsung	269
14.12.1	Normal-Models	270
14.12.2	Lognormal-Models	271
14.13	Weitere Zinsmodelle	271

Teil III Instrumente	273
15 Einfache Zinsinstrumente	275
15.1 Zerobonds	275
15.1.1 Cashflows und Barwert	275
15.1.2 Yield To Maturity und Par Rate	276
15.1.3 Sensitivitäten	276
15.2 Forward Rate Agreements	277
15.3 Kuponbonds	278
15.3.1 Cashflows und Barwert	278
15.3.2 Yield To Maturity	279
15.3.3 Par Rates	282
15.3.4 Sensitivitäten	282
15.4 Forward Bonds	283
15.4.1 Barwert	283
15.4.2 Forward Yield To Maturity und Forward Par Rate	284
15.5 Zinsfutures	284
15.5.1 Futures auf Zerobonds	284
15.5.2 Futures auf Kuponbonds	285
15.6 Floater	287
15.6.1 Cashflows und Barwert	288
15.6.2 Yield To Maturity, Par Rate und Sensitivitäten	290
15.7 Swaps	291
15.7.1 Cashflows und Barwert	292
15.7.2 Par-Swap-Rate und Yield To Maturity	293
15.7.3 Sensitivitäten	294
15.8 Forward-Swaps	296
15.8.1 Barwert	296
15.8.2 Forward-Par-Swap-Rates	297
15.8.3 Annuity als Numeraire	298
16 Zins-Währungsgeschäfte	299
16.1 Der Devisenterminkurs und die Cross-Currency-Basis	299
16.2 FX-Swaps	300
16.3 FX-Forwards und FX-Futures	301
16.4 Zinswährungs-Swaps	302
16.4.1 Standard-CCY-Swap	302
16.4.2 Mark-to-Market-CCY-Swap	302
16.4.3 Cashflows und Barwert	303
16.5 CCY-Basis	304
17 Varianten von Zinsprodukten	307
17.1 Basis-Swaps	307
17.1.1 Barwert und Cashflows eines Basis-Swaps	307
17.1.2 Par-Basis-Swap-Spread	308

17.2	Annuitätendarlehen	308
17.2.1	Cashflows und Restschuld	309
17.2.2	Barwert	310
17.2.3	Yield To Maturity und Par Rates	313
17.2.4	Sensitivitäten	314
17.3	Fixing-In-Arrears	315
17.4	Variabler Zins mit Cap/Floor	315
17.5	Kündigungsrechte und Break Clause	316
17.6	Reverse Floater	316
17.7	Constant Maturity Swaps	316
18	Plain-Vanilla-Optionen	319
18.1	Klassische und allgemeine Definition einer Option	319
18.2	Konventionen	320
18.3	Optionen auf Spot- und Terminkurse	320
18.3.1	Europäische Optionen	320
18.3.2	Amerikanische Optionen	322
18.4	Index-Optionen und -Futures	323
18.5	Devisenoptionen	325
18.5.1	Put-Call-Äquivalenz bei Devisenoptionen	325
18.6	Zinsoptionen	326
18.6.1	Optionen auf Bonds	326
18.6.2	Optionen auf Bond-Futures	327
18.6.3	Caps und Floors	327
18.6.4	Swaptions	332
19	Exotische Optionen	339
19.1	Auszahlungsprofile für ausgewählte Exoten	339
19.1.1	Power-Optionen	339
19.1.2	Cliquet- und Coupe-Optionen	339
19.1.3	Look-Back-Optionen	340
19.1.4	Asiatische Optionen	340
19.1.5	Rainbow- und Austausch-Optionen	341
19.1.6	Basket-Optionen	342
19.1.7	Compound- und Bermuda-Optionen	342
19.2	Black-Scholes für Exoten	343
19.2.1	Pay-Later-Optionen	343
19.2.2	Digitale Optionen	344
19.2.3	Barrier-Optionen	347
19.2.4	Ladder-Optionen	351
19.3	Bewertungsmöglichkeiten für Exoten	353
19.3.1	Monte Carlo für europäische Exoten	355
19.3.2	Das Binomial-Modell für amerikanische Exoten	358

20 Berücksichtigung von Ausfallrisiken	365
20.1 Expected Positive Exposure, Probability of Default und Loss Given Default	365
20.2 Maßnahmen zur Verringerung des Ausfallrisikos	368
20.2.1 Collateral-Management	368
20.2.2 Central Counterparties	368
20.2.3 Netting Agreements	369
20.2.4 Hedging von Ausfallrisiken	369
20.3 Kuponbond mit Ausfallrisiko	369
20.4 Credit Spreads	371
20.5 Credit-Spread-Risiko	372
20.6 Credit-Default-Swaps	374
20.6.1 Cashflows und Barwert	375
20.6.2 Näherungen	378
20.6.3 Par-CDS-Rate	378
Teil IV Risiko	381
21 Grundlagen	383
21.1 Regulatorische Anforderungen	385
21.2 Konfidenzniveau, Quantil und Risiko	386
21.2.1 Andere Risikomaße	389
21.3 Der Value at Risk eines einzelnen Risikofaktors	389
21.4 Näherungen in der Verteilung der Risikofaktoren	394
21.5 Die Kovarianzmatrix	396
21.5.1 Renditen und logarithmische Änderungen	398
21.5.2 Kovarianzmatrizen von Datenanbietern	399
21.5.3 Cholesky-Zerlegung der Kovarianzmatrix	400
22 Die Varianz-Kovarianz-Methode	405
22.1 Portfolios vs. Finanzinstrumente	407
22.2 Die Delta-Normal-Methode	409
22.2.1 Der Value at Risk bzgl. eines einzelnen Risikofaktors	409
22.2.2 Der Value at Risk bzgl. mehrerer Risikofaktoren	410
22.3 Die Delta-Gamma-Methode	413
22.3.1 Entkopplung der Risikofaktoren	414
22.3.2 Diagonalisierung der Gamma-Matrix	414
22.3.3 Die Verteilung der Portfolio-Wertveränderungen	419
22.3.4 Momente der Portfoliowertverteilung	421
22.3.5 Fourier-Transformation der Portfoliowertverteilung	428
22.3.6 Monte-Carlo-Simulationen der Portfoliowertverteilung	431
23 Simulationsmethoden	433
23.1 Monte-Carlo-Simulation	433
23.1.1 Die Risikofaktoren als korrelierte Random-Walks	434
23.1.2 Structured Monte-Carlo	434

23.2	Historische Simulation	436
23.3	Crash- und Stress-Testing: Worst-Case-Szenarien	437
23.3.1	Vergleich verschiedener Value-at-Risk-Methoden	438
24	Beispiel für eine VaR-Berechnung	441
24.1	Das Portfolio	441
24.2	Marktdaten	442
24.3	Risikoberechnung	443
25	Backtesting: Überprüfen der verwendeten Methode	445
25.1	Profit-Loss-Berechnungen	445
25.2	Das Ampelkonzept der Aufsichtsbehörden	446
25.2.1	Anpassung des Value at Risk (gelbe Zone)	446
25.2.2	Kriterien zur Ablehnung eines Modells (rote Zone)	447
25.2.3	Die grüne Zone	450
25.2.4	Multiplikator und Add-on	450
Teil V	Portfolien	453
26	Klassisches Portfoliomanagement	455
26.1	Vom Risikomanagement zum Portfoliomanagement	455
26.1.1	Finanzinstrumente und Risikofaktoren	455
26.1.2	Portfoliorisiko und Volatilität	458
26.1.3	Risikobeitrag und Attribution	461
26.2	Portfolio-Optimierung	462
26.2.1	Das Portfolio mit minimalem Risiko	462
26.2.2	Die Effizienzlinie	464
26.2.3	Die Sharpe Ratio und das optimale Portfolio	471
26.2.4	Die Kapitalmarktlinie	474
26.3	Alternative Ansätze zur Portfoliosteuerung	477
26.3.1	Value-Investing	477
26.3.2	Behavioral Finance	477
26.3.3	Charttechnik	478
27	Attribute und ihre charakteristischen Portfolien	479
27.1	Allgemeine Eigenschaften charakteristischer Portfolien	480
27.1.1	Relationen mit mehreren charakteristischen Portfolien	481
27.2	Der Investitionsgrad oder Leverage	482
27.3	Die Überschussrendite	483
27.4	Das optimale Portfolio	487
27.5	Die Effizienzlinie als Kombination charakteristischer Portfolien	489
28	Aktives Management und Benchmarking	495
28.1	Das Capital-Asset-Pricing-Model (CAPM)	495
28.2	Theorie effizienter Märkte	496

28.3	Benchmarking gegenüber einem Index	497
28.3.1	Aktive Portfolioeigenschaften	499
28.3.2	Residuale Portfolioeigenschaften	500
28.4	Benchmark und charakteristische Portfolien	501
28.4.1	Das voll investierte Minimalrisiko-Portfolio	502
28.4.2	Das charakteristische Portfolio zu Beta	503
28.4.3	Das charakteristische Portfolio zu Alpha	505
28.5	Relationen zwischen Sharpe Ratio und Information Ratio	508
28.5.1	Das Marktportfolio	509
28.5.2	Das charakteristische Portfolio der Überschussrendite	511

Teil VI Marktdaten

513

29 Konstruktion des Zinskurvenuniversums 515

29.1	Anforderungen an die Diskontkurve	516
29.2	Modellierung der Zinskurve	517
29.2.1	Interpolationsmethoden	518
29.2.2	Extrapolationsmethoden	519
29.3	Parametrische Zinskurven	521
29.4	Aufbau der Kurvenhierarchie	522
29.5	Auswahl der Benchmarkinstrumente	524
29.5.1	Risikofreie Zinssätze	524
29.6	Berechnung der Diskontfaktorkurve	525
29.6.1	Bootstrapping	525
29.6.2	Optimierung	530
29.7	Forward-Kurven	532
29.8	Cross-Currency-Kurven	534
29.9	Überlebenswahrscheinlichkeiten	535
29.9.1	CDS-Spread-Kurven	536
29.9.2	Synthetische CDS-Spreads	536
29.10	Alte Zinskurvenwelt	540

30 Volatilitäten 543

30.1	Implizite Volatilitäten	543
30.1.1	Smiles und Volatilitätsindizes	543
30.2	Lokale Volatilitätsflächen	545
30.2.1	Implizite Übergangswahrscheinlichkeiten	546
30.2.2	Implizite lokale Volatilitätsflächen	548
30.3	Volatilitätstransformationen	552
30.3.1	Transformation zwischen relativer und absoluter Volatilität	552
30.3.2	Addition von Volatilitäten	553
30.3.3	Transformation zwischen Yield- und Preis-Volatilität	554
30.3.4	Währungstransformationen von Volatilität und Korrelation	556

31	Marktparameter aus historischen Zeitreihen	567
31.1	Historische Mittelwerte als Schätzer für Erwartungswerte	567
31.2	Abschätzung statistischer Fehler	569
	31.2.1 Fehler unkorrelierter Messungen	570
	31.2.2 Fehler autokorrelierter Messungen	575
31.3	Rendite und Kovarianzschätzungen	577
	31.3.1 Renditeschätzungen	578
	31.3.2 Kovarianzschätzungen	581
32	Modellierung historischer Zeitreihen	583
32.1	Stationäre Zeitreihen und autoregressive Modelle	585
	32.1.1 Der $AR(p)$ -Prozess	586
	32.1.2 Der univariate $GARCH(p, q)$ -Prozess	590
	32.1.3 Generierung eines $GARCH$ -Prozesses	593
32.2	Kalibrierung von Zeitreihenmodellen	595
	32.2.1 Parameterschätzung für den $AR(p)$ -Prozess	595
	32.2.2 Parameterschätzung für den $GARCH(p, q)$ -Prozess	597
	32.2.3 Der Simulated-Annealing-Algorithmus	599
33	Prognosen mit Zeitreihenmodellen	601
33.1	Prognosen mit dem Autoregressiven Modell	601
33.2	$GARCH(p, q)$ -Volatilitätsprognosen	604
	33.2.1 Prognosen über mehrere Schritte	604
	33.2.2 Prognose der Gesamtvarianz	608
	33.2.3 Volatility Term Structure	608
33.3	$GARCH(1, 1)$ -Volatilitätsprognosen	608
33.4	Volatilitätsprognosen mittels gleitender Durchschnitte	610
34	Hauptkomponentenanalyse (PCA)	613
34.1	Prinzipielles Vorgehen	613
34.2	Hauptkomponentenanalyse der deutschen Zinsstruktur	619
35	Vorverarbeitung und Gütemaße	623
35.1	Vorverarbeitung von Zeitreihen	623
	35.1.1 Differenzenbildung	623
	35.1.2 Filter	624
	35.1.3 Skalentransformation	626
35.2	Gütemaße für Zeitreihenprozesse	626
	35.2.1 Hypothesentests	627
	35.2.2 Anpassungsgüte versus Prognosegüte	631
	35.2.3 Beispiele: Gütemaße für $GARCH$ -Modelle	632
A	Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik	637
A.1	Wahrscheinlichkeit, Erwartungswert und Varianz	637
A.2	Multivariate Verteilungen, Kovarianz, Korrelation und Beta	639

A.3	Momente und Charakteristische Funktionen	642
A.3.1	Moment Generating Functions	642
A.3.2	Charakteristische Funktionen	645
A.4	Einige wichtige Verteilungen	646
A.4.1	Die Gleichverteilung	646
A.4.2	Die Binomialverteilung und Bernoulli-Versuche	648
A.4.3	Die Normalverteilung und der zentrale Grenzwertsatz	650
A.4.4	Die Lognormalverteilung	656
A.4.5	Die Gamma-Verteilung	657
A.4.6	Die χ^2 -Verteilung	659
A.5	Transformationen zwischen Verteilungen	667
A.5.1	Summationen	667
A.5.2	Box-Muller-Transformation	669
A.5.3	Inversion der Kumulierten	669
Literaturverzeichnis		673
Index		681

Teil I

Grundlagen

1 Einleitung

Die explosionsartige Entwicklung derivativer Instrumente stellt immer wieder neue Möglichkeiten zur Verfügung, das Management von Finanzen und Risiken vollkommen flexibel und „maßgeschneidert“ für den jeweiligen Investor, das jeweilige Unternehmen und die jeweilige Situation zu gestalten. Dies gilt besonders für Banken und Finanzdienstleister, deren Kerngeschäft Finanzprodukte sind, aber in zunehmendem Maße auch für andere Branchen. Ein aktives Finanz- und Risikomanagement im Corporate Treasury kann wesentlich zu Ertrag und Stabilität eines Unternehmens beitragen. Z. B. können mit Hilfe von Termingeschäften heute schon die Konditionen (Preise, Zinssätze, etc.) für in der Zukunft liegende Geschäfte fixiert werden, falls gewünscht mit der Option, das Geschäft dann letztendlich doch nicht zustande kommen zu lassen. Solche Geschäfte haben offensichtlich sehr viele attraktive Anwendungsmöglichkeiten wie z. B. die Möglichkeit, in einem Jahr einen langfristigen Festzinskredit mit heute schon fixiertem Zins einzugehen, oder eben auch nicht, falls der heute vermutete zukünftige Geldbedarf nicht eintritt (Anwendung einer so genannten „Payer-Swaption“) oder das Absichern zukünftiger Fremdwährungseingänge gegen Devisenkursschwankungen, indem heute schon ein zukünftiger „Mindestwechsellkurs“ zur Umwandlung der Fremdwährung in Euro vereinbart wird (Anwendung von Devisenoptionen).

Allerdings haben die Komplexität der heutigen Finanzinstrumente und Märkte, aber auch der immer schneller werdende technologische Fortschritt, die mit Handel und Treasury behafteten Risiken in kaum beherrschbarer Weise ansteigen lassen und gleichzeitig die zur Entscheidungsfindung zur Verfügung stehenden Zeiten drastisch verkürzt. So kann der falsche Einsatz von Finanzinstrumenten Schäden anrichten, die in sehr kurzer Zeit den Erfolg jahrelanger Arbeit im jeweiligen Kerngeschäft (z. B. Produktion und Vertrieb von Autos oder Computer-Chips) zunichte machen können.

So häuften sich in den letzten Jahren Meldungen über hohe durch derivative Geschäfte entstandene Verluste, die teilweise bis hin zum Konkurs führten, und zwar nicht nur bei Banken, sondern bei Unternehmen aus den unterschiedlichsten Branchen. Spektakuläre Beispiele hierfür sind Metallgesellschaft (Öltermingeschäfte), Procter & Gamble (Spekulation mit exotischen, so genannten Power-Optionen), Orange County (Zinsderivate, hoher fremdfinanzierter Fondsanteil), Barings (sehr große offene Index-Future Positionen), Daiwa Bank (kurzfristige US-Anleihen), NatWest Markets (Fehlbewertung von Optionen aufgrund falscher Volatilitätsannahmen), der Hedge Fond LTCM, die Subprime-Krise in den USA 2007/2008 (strukturierte Verbriefungen von Hypothekenkrediten), Société Générale (Fehlspekulation eines Aktienhändlers), etc., etc.

Aber nicht nur die Finanzinstrumente, auch die Märkte selbst sind riskanter („volatiler“) geworden. Seit Anfang der achtziger Jahre haben sich die wirtschaftlichen Rahmenbedingungen in der Finanzwelt grundlegend geändert. Im heutigen Anlageumfeld verändern sich die Renditen, Währungs-, Rohstoff- und Aktienkurse nahezu täglich in einem Ausmaß, das vor Jahren noch als undenkbar erschien. Erhöhte Marktschwankungen („Volatilitäten“) sind die Antwort der Finanzmärkte auf Entwicklungstrends wie Akkumulation größerer Summen, Globalisierung der Finanzmärkte, zunehmende Haushaltsdefizite der führenden Industrienationen und Abbau von staatlichen Reglementierungen, um nur einige der wichtigsten zu nennen.

Die zentrale Voraussetzung für den anhaltenden Geschäftserfolg einer Bank oder einer Treasury-Abteilung in diesem Umfeld aus volatilen Märkten und hochkomplexen (und deshalb oft auch hochempfindlichen) Finanzinstrumenten ist ein solides Verständnis der gehandelten Produkte und ein effizientes Management der mit den Geschäften verbundenen Risiken. Derivate sind hierbei gleichzeitig der Hauptgrund und das effektivste Mittel für das Risikomanagement, und stehen somit am Anfang und am Ende des Risikomanagements.

Die *Bewertung* von Derivaten und strukturierten Finanzinstrumenten ist die Grundbedingung, die *Conditio sine qua non*, für jedes Risikomanagement. Hierzu lassen sich alle Derivate mit einer Systematik aus Kassa-, Termin- und Optionsgeschäften kategorisieren, in die sich jedes noch so komplizierte Instrument nach Zerlegung in seine Bestandteile, dem so genannten *Stripping* einordnen lässt. Sowohl dieses Stripping als auch das Verständnis und die Bewertung der Grundinstrumente stellen sehr hohe Ansprüche an die beteiligten Mitarbeiter, die in dieser Form und Zusammenstellung früher in der Finanzwelt nicht oder nur ansatzweise notwendig waren. Hiervon seien beispielhaft erwähnt:

- Theoretische Ansprüche: Statistik, Wahrscheinlichkeitsrechnung, Zeitreihenanalyse, etc. zum Verständnis von Konzepten wie „Value at Risk“ und zur Einschätzung von Risikofaktoren und deren Korrelationen; Differentialgleichungen, Martingal-Theorie, Numerik, Finanzmathematik, etc. zur Bewertung von Finanzinstrumenten.
- Händlerische Ansprüche: Verständnis der Funktionsweise immer komplizierter werdender Papiere und Geschäfte (z. B. durch Stripping); und „Phantasie“ in der Auswahl und Abbildung von Derivaten zum Erreichen einer bestimmten Strategie unter Berücksichtigung der oft überraschenden „Nebenwirkungen“, Entwicklung von oft aufwendigen Hedge-Strategien; Bedienen hochkomplexer EDV-Systeme.
- DV-organisatorische Ansprüche: Client-Server-Computing, Verteilte Systeme, Objektorientierte Programmierung, neue Betriebssysteme, Netzwerktechnik, Real Time-Informationsverteilung, Internet- und Intranet-Architekturen und in zunehmendem Maße Unterstützung für parallele Algorithmen auf Computer-Grids, Mehrkernprozessoren oder Grafikprozessoren (GPUs).

Insbesondere die theoretischen und händlerischen Ansprüche ziehen sich durch alle Hierarchien. Denn der Händler/Treasurer muss das Risiko seines Portfolios genauso gut verstehen wie der Bereichsleiter oder der Vorstand, der aufgrund dieser Information das Unternehmen steuert. Ziel des vorliegenden Buches ist es deshalb, die Methoden und Verfahren zur Bewertung von Finanzinstrumenten und zur Identifikation, Quantifizierung, Überwachung und Steuerung von Risiko im Detail darzustellen. Dies ist nach Kenntnis des Autors das erste Buch in deutscher Sprache, das einen umfassenden Überblick über moderne Bewertungs- und Risikomanagementkonzepte gibt, in einer Tiefe, die bisher nur von Veröffentlichungen aus dem angloamerikanischen Raum bekannt war. Der Aufbau des Buches ist wie folgt:

Im Teil I werden die grundsätzlichen Marktparameter eingeführt, die die Ursachen für Preise und Risiken von Finanzinstrumenten sind. Hierbei handelt es sich im Wesentlichen um Kurse von Aktien, Rohstoffen, Devisen, etc. und natürlich um die Zinsen. Für diese Grundrisiken, oft auch *Risikofaktoren* genannt, wird ein stochastisches Modell vorgestellt, wodurch sowohl die zufälligen als auch die deterministischen Aspekte der Risikofaktoren beschrieben werden können, der so genannte *Random-Walk*, bzw. seine Verallgemeinerung, der *Ito-Prozess*. Dadurch kommt ein weiterer Parameter ins Spiel, der, ähnlich wie die vor-

her erwähnten Risikofaktoren, Ursache für Preise und Risiken von Finanzinstrumenten ist, nämlich die *Volatilität*.

Schließlich werden im Teil I die gängigsten Instrumente kurz vorgestellt, mit denen die Risikofaktoren gehandelt werden können. *Handeln* kann so definiert werden, dass mittels eines Finanzinstruments Risiken bzgl. bestimmter Risikofaktoren übernommen, und dafür eine gewisse Rendite aus dem Instrument und/oder direkt ein gewisser Geldbetrag vom Kontrahenten des Geschäftes eingenommen werden. Umgekehrt kann man durch Handeln natürlich auch Risiken an Kontrahenten abgeben, wofür die Kontrahenten dann Rendite und/oder einen Geldbetrag erhalten. Im Teil I wird nur die *Funktionsweise* der wichtigsten Finanzinstrumente vorgestellt, ohne auf die oft komplizierte Bewertung einzugehen.

Nachdem die Grundrisiken und die Finanzinstrumente zum Handeln dieser Grundrisiken vorgestellt wurden, sind die „Bausteine“ definiert, und es kann mit dem eigentlichen Thema dieses Buches, der Erfassung des Wertes und des Risikos dieser Bausteine, begonnen werden. Bei Bewertung und Risikomanagement der verschiedenen Instrumente werden immer wieder die gleichen Methoden verwendet. Um dies zu verdeutlichen, werden im Teil II die wichtigsten Methoden zur Bewertung und zum Hedgen in allgemeiner Weise vorgestellt. Dieser Teil ist naturgemäß teilweise recht theoretisch bzw. technisch. Die Anwendungen der Konzepte aus dem Teil II auf konkrete, einfache Finanzinstrumente befinden sich dann im Teil III. Diese Trennung von allgemeinen Methoden und konkreten Finanzinstrumenten trägt sehr zu einem klaren Verständnis der recht komplexen Materie bei. Die konkrete Bewertung der gebräuchlichsten Finanzinstrumente geschieht im Teil III, die Erfassung der mit den Instrumenten verbundenen Risiken wird im Teil IV vorgestellt. Der folgende Teil V führt die Methoden des klassischen Portfoliomanagements ein. Die Möglichkeiten zur Bestimmung und Charakterisierung der Risikofaktoren aus aktuellen und historischen Marktdaten werden im Teil VI aufgezeigt.

2 Die grundlegenden Risikofaktoren der Finanzmärkte

Die Grundrisiken der Finanzmärkte sind die Parameter im Markt, die die Preise der gehandelten Finanzinstrumente bestimmen. Das sind Devisen-, Rohstoff- und Aktienkurse und natürlich die Zinsen. Durch die Schwankungen dieser Grundrisiken werden Wertschwankungen der Finanzinstrumente induziert. Sie sind also die Ursache des Marktrisikos von Finanzinstrumenten und werden deshalb *Risikofaktoren* genannt. Die Risikofaktoren eines Finanzinstrumentes sind also die Marktparameter (Zinsen, Devisen-, Rohstoff-, Aktienkurse), deren Änderung eine Wertänderung des Finanzinstruments bewirkt. Das sind bei einem gegebenen Finanzinstrument bei weitem nicht immer alle Marktparameter. Der Wert einer fünfjährigen festverzinslichen Anleihe in Schweizer Franken wird z. B. nicht durch den aktuellen Goldkurs bestimmt. Ein erster Schritt im Risikomanagement ist also zunächst, die für ein gegebenes Finanzinstrument relevanten Risikofaktoren zu identifizieren.

2.1 Zinsen

An den Märkten gibt es viele unterschiedliche *Usancen* und *Konventionen* zur Berechnung von Zinsen. Zum Beispiel wird am amerikanischen Geldmarkt (T-Bills, T-Bill-Futures) mit der *linearen Verzinsung* gerechnet, am Devisenmarkt und am europäischen Geldmarkt mit der *einfachen Verzinsung*, am Kapitalmarkt mit der *diskreten* oder *annualisierten Verzinsung* und zur Bewertung von Optionen meist mit der *stetigen* oder *kontinuierlichen Verzinsung*. Konventionen sind zwar für das prinzipielle Verständnis von Finanzinstrumenten und Risikomanagement unerheblich, haben aber eine zentrale Bedeutung bei der *Implementierung* jedes Handels- oder Risikomanagementsystems. Bevor wir Zinsen allgemein ab Abschnitt 2.1.5 besprechen, stellen wir deshalb zunächst die wichtigsten Konventionen vor.

2.1.1 Day Count Conventions

Noch bevor eine der vielen Methoden zur Verzinsung eines Betrages über eine Periode von einem Zeitpunkt (Datum) t bis zu einem späteren Zeitpunkt T angewendet werden kann, muss zunächst die Zeit zwischen t und T (Anzahl der Zinstage) bestimmt werden. Es muss genau spezifiziert sein, wann dieser Zeitraum beginnt, wann er endet und wie lange er andauert (gemessen in Jahren).

Auch hierfür gibt es an den verschiedenen Märkten verschiedene Usancen, so genannte *Day Count Conventions* (kurz *DCC*), *Tageszählmethode* oder *Tageberechnungskonventionen*. Eine Größe der Form $T - t$ ist also grundsätzlich abhängig von der gewählten Tageszählmethode. Dort, wo das explizit hervorgehoben werden soll, wird in diesem Buch auch der Ausdruck $\tau(t, T)$ für die Differenz in Jahren zwischen zwei Tagen t und T , berechnet mit einer gegebenen Methode, verwendet. Diese Tageszählmethoden werden oft als formale Quotienten angegeben, wobei vor dem Schrägstrich die Zählweise für die Anzahl der Tage innerhalb

Tabelle 2.1: Die gebräuchlichsten Tageszählmethoden

Übliche Bezeichnung	Alternative Bezeichnungen
Act/365f	Act/365(f), Act/365(fixed), Act/365fixed
Act/360	
30/360	BondBasis, Bond, 30
30E/360	EuroBondBasis, EuroBond, 30E
Act/Act	Act/Act ISDA, Act, Act/365(l), Act/365leap
ICMA	Act/Act, Act/Act ICMA, Act/Act ISMA
BD/252	Brasilianisch

eines *Monats* spezifiziert ist, und hinter dem Schrägstrich die Zählweise für die Anzahl der Tage innerhalb eines *Jahres*. In Tabelle 2.1 sind die gebräuchlichsten Konventionen aufgelistet. Diese Konventionen rechnen folgendermaßen:

- Bei *Actual/365f* werden die tatsächlichen Kalendertage zwischen t und T gezählt und dann durch 365 geteilt, um den Zinszeitraum in Jahren zu erhalten. Es wird immer durch genau 365 geteilt, unabhängig davon, ob es sich um ein Schaltjahr handelt oder nicht. Dies ergibt bei Schaltjahren einen Unterschied zu Act/Act.
- Bei *Actual/360* werden die tatsächlichen Kalendertage zwischen t und T gezählt und dann durch 360 geteilt, um den Zinszeitraum in Jahren zu erhalten.
- Bei *30/360* wird so gezählt, als hätte jeder Monat genau 30 und jedes Jahr genau 360 Tage. Zusätzlich gilt Folgendes:
 - Falls der *Beginn* der Zinsperiode auf den 31. eines Monats fällt, wird für die Berechnung der Beginn vom 31. auf den 30. desselben Monats vorverlegt.
 - Falls das *Ende* der Zinsperiode auf den 31. eines Monats fällt, wird für die Berechnung das Ende auf den 01. des nächsten Monats verschoben, außer wenn der *Beginn* der Zinsperiode der 30. oder 31. eines Monats ist: Dann wird das Ende vom 31. auf den 30. desselben Monats vorverlegt.
- Bei *30E/360* wird so gezählt, als hätte jeder Monat genau 30 und jedes Jahr genau 360 Tage. Zusätzlich gilt folgendes:
 - Falls der *Beginn* der Zinsperiode auf den 31. eines Monats fällt, wird für die Berechnung der Beginn vom 31. auf den 30. desselben Monats vorverlegt.
 - Falls das *Ende* der Zinsperiode auf den 31. eines Monats fällt, wird für die Berechnung immer das Ende vom 31. auf den 30. desselben Monats vorverlegt (Hier liegt der Unterschied zu 30/360).
- *Act/Act* werden die tatsächlichen Kalendertage durch die *tatsächliche* Anzahl der Tage eines Jahres geteilt. Dieselbe Bezeichnung wird auch häufig für Methoden verwenden, die von der hier verwendeten Definition abweichen, weshalb Vorsicht geboten ist.
- *ICMA* ist eine spezielle, von der International Capital Market Association vorgeschlagene Methode, die vielfach für Bondemissionen verwendet wird. Die Anzahl der Tage entspricht den tatsächlichen Kalendertagen, die durch den Nenner geteilt wird. Für die Bestimmung des Nenners werden die Frequenz m der Zahlungen pro Jahr und das Rolldatum D_R benötigt, auf dessen Basis die Zinsperioden ausgerollt und gemäß Kalenderregel

adjustiert werden. Dann wird die natürliche Länge L (d. h. ohne Verkürzung oder Verlängerung um ein paar Tage) der aktuellen Periode bestimmt und mit m multipliziert, um den Nenner mL zu erhalten. Dadurch ist sichergestellt, dass jeder Kupon, dessen Start- und Enddatum genau mit den ausgerollten und adjustierten Tagen zusammenfällt, immer genau die Länge $m/12$ hat. Lediglich durch Verkürzung oder Verlängerung von Zinsperioden können davon abweichende Periodenlängen entstehen.

- Bei $BD/252$ wird die Anzahl der Bankarbeitstage der Zinsperiode durch 252 geteilt.

Diese Vorschriften zur Zeitberechnung zwischen zwei Daten lassen sich auch in Formeln ausdrücken:

$$\begin{aligned}
 \text{Act/365f} &: \frac{D_2 - D_1}{365} \\
 \text{Act/360} &: \frac{D_2 - D_1}{360} \\
 30/360 &: J_2 - J_1 + \frac{M_2 - M_1}{12} \\
 &+ \frac{T_2 - \min(T_1, 30) - \max(T_2 - 30, 0) * \text{feb}(T_1 - 29)}{360} \\
 30E/360 &: J_2 - J_1 + \frac{M_2 - M_1}{12} + \frac{\min(T_2, 30) - \min(T_1, 30)}{360} \\
 \text{Act/Act} &: J_2 - J_1 + \frac{D_2 - \text{Date}(J_2, 1, 1)}{\text{Date}(J_2 + 1, 1, 1) - \text{Date}(J_2, 1, 1)} \\
 &- \frac{D_1 - \text{Date}(1, 1, J_1)}{\text{Date}(J_1 + 1, 1, 1) - \text{Date}(J_1, 1, 1)} \\
 \text{ICMA} &: \frac{D_2 - D_1}{m (\text{Adjusted}(D_R + m/12 \text{ Monate}) - \text{Adjusted}(D_R))} \\
 \text{BD/252} &: \frac{\text{Bankarbeitstage zwischen } D_1 \text{ und } D_2}{252}.
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

Die Notation ist hierbei folgendermaßen: D_1 steht für das Anfangsdatum, D_2 für das Enddatum. D_1 besteht aus den Zahlen T_1 für die Tage, M_1 für die Monate und J_1 für die Jahre, für D_2 entsprechend. m ist die Zahlungsfrequenz pro Jahr und D_R das Rolldatum, von dem aus die laufende Periode ausgerollt wird. Die Funktion „Date“ liefert die fortlaufende Zahl des jeweils angegebenen Datums. Die Zählung für diese fortlaufende Zahl beginnt irgendwann weit in der Vergangenheit, z. B. am 1.1.1900 (so z. B. Microsoft Excel, wobei aus Kompatibilitätsgründen fälschlicherweise der 29. Februar 1900 existiert), z. B. liefert „Date (1997, 10, 25)“ dann den Wert 35728. Dies ist die fortlaufende Zahl, die dem 25. Oktober 1997 entspricht. Die Funktion „feb(x)“ nimmt den Wert 0 an, wenn $x \leq 0$ ist, andernfalls den Wert 1. Die Funktion $\min(x, y)$ gibt den kleineren der beiden Werte x und y zurück, die Funktion $\max(x, y)$ entsprechend den größeren. Die Differenz $D_2 - D_1$ ist die tatsächliche Anzahl von Tagen zwischen D_1 und D_2 , aber inklusive D_1 und exklusive D_2 . Einzige Ausnahme sind *Credit-Default-Swaps (CDS)*, bei denen bei der letzten Prämienperiode der letzte Tag ebenfalls mitzählt, also um einen Tag länger ist als bei einem Zinsswap mit glei-