WILEY-VCH

David Halliday, Robert Resnick und Jearl Walker

Arbeitsbuch
Halliday Physik

Übersetzung herausgegeben von Stephan W. Koch

Lösungen zu den Aufgaben der 3. Auflage

Arbeitsbuch Halliday Physik

3. Auflage

Arbeitsbuch Halliday Physik

David Halliday, Robert Resnick, Jearl Walker und J. Richard Christman

Herausgeber der deutschen Übersetzung

Stephan W. Koch

Universität Marburg

Lösungen zu den Aufgaben der dritten Auflage

WILEY-VCH

Verlag GmbH & Co. KGaA

Der Übersetzungsherausgeber

Stephan W. Koch
Philipps-Universität Marburg
Fachbereich Physik
Renthof 6
35032 Marburg

Die Übersetzer

Michael Bär, Wiesloch
Matthias Delbrück, Dossenheim

Titel der Orginalausgabe

Student Solutions Manual for Fundamentals of Physics, 10th Edition, 978-1-118-23066-4, by David Halliday, Robert Resnick, Jearl Walker, and J. Richard Christman.

1. Auflage © 2003 Wiley-VCH GmbH & Co. KGaA
2. Auflage © 2009 Wiley-VCH GmbH & Co. KGaA

Titelbild
Adelevin/Stock-Illustration-ID: 480952174

3. Auflage 2018

Library of Congress Card No.:
applied for

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.d-nb.de abrufbar.

Umschlaggestaltung Formgeber, Mannheim, Deutschland
Satz le-tex publishing services GmbH, Leipzig, Deutschland

Print ISBN 978-3-527-41357-7
ePDF ISBN 978-3-527-81255-4
ePub ISBN 978-3-527-81257-8
Mobi ISBN 978-3-527-81256-1

Gedruckt auf säurefreiem Papier.

Inhaltsverzeichnis

1 Messung und Maßeinheiten

1.1 Die Einheitenvorsätze Mikro (μ), Nano, Piko, … finden Sie in Tab. 1.2.

(a) Da $1\,\text{km} = 1 \cdot 10^3\,\text{m}$ und $1\,\text{m} = 1 \cdot 10^6\,\mu\text{m}$ sind, gilt

$$1\,\text{km} = 10^3\,\text{m} = (10^3\,\text{m})\,(10^6\,\mu\text{m/m}) = 10^9\,\mu\text{m}\,.$$

Der gegebene Messwert ist 1,0 km (zwei signifikante Stellen), woraus folgt, dass unser Ergebnis als $1{,}0 \cdot 10^9\,\mu\text{m}$ geschrieben werden sollte.

(b) Wir berechnen die Anzahl der Mikrometer in 1 Zentimeter. Da $1\,\text{cm} = 10^{-2}\,\text{m}$ sind, gilt

$$1\,\text{cm} = 10^{-2}\,\text{m} = (10^{-2}\,\text{m})\,(10^6\,\mu\text{m/m}) = 10^4\,\mu\text{m}\,.$$

Wir schließen, dass der Bruchteil eines Zentimeters, der 1,0 μm entspricht, $1{,}0 \cdot 10^{-4}$ ist.

(c) Da $1\,\text{yd} = (3\,\text{ft})\,(0{,}3048\,\text{m/ft}) = 0{,}9144\,\text{m}$ ist, gilt

$$1{,}0\,\text{yd} = (0{,}91\,\text{m})\,(10^6\,\mu\text{m/m}) = 9{,}1 \cdot 10^5\,\mu\text{m}\,.$$

1.2 Der Kunde erwartet ein Volumen $V_1 = 20 \cdot 7056\,\text{in}^3$, erhält aber nur ein Volumen $V_2 = 20 \cdot 5826\,\text{in}^3$. Der Unterschied beträgt also

$$\Delta V = V_1 - V_2 = 24\,600\,\text{in}^3 \quad \Rightarrow \quad \Delta V = (24\,600\,\text{in}^3)\left(\frac{2{,}54\,\text{cm}}{1\,\text{in}}\right)^3\left(\frac{1\,\text{L}}{1000\,\text{cm}^3}\right) = 403\,\text{L}\,.$$

1.3 **STARTPUNKT** Diese Aufgabe befasst sich mit der Umrechnung alter Längeneinheiten wie Furlong, Rod und Chain.

ANSATZ Wegen 1 Furlong = 201,168 m, 1 Rod = 5,0292 m und 1 Chain = 20,117 m sind die benötigten Umrechnungsfaktoren

$$1{,}0\,\text{Furlong} = 201{,}168\,\text{m} = (201{,}168\,\cancel{\text{m}})\frac{1\,\text{Rod}}{5{,}0292\,\cancel{\text{m}}} = 40\,\text{Rod}$$

sowie

$$1{,}0\,\text{Furlong} = 201{,}168\,\text{m} = (201{,}168\,\cancel{\text{m}})\frac{1\,\text{Chain}}{20{,}117\,\cancel{\text{m}}} = 10\,\text{Chain}\,.$$

Die unerwünschte Einheit Meter kürzt sich wie geplant heraus.

RECHNUNG Mit diesen Umrechnungsfaktoren erhalten wir

(a) für den Abstand d in Rod

$$d = 4{,}0\,\text{Furlong} = \frac{(4{,}0\,\text{Furlong})\,(201{,}168\,\text{m/Furlong})}{5{,}0292\,\text{m/Rod}} = 160\,\text{Rod}$$

(b) und in Chain

$$d = \frac{(4{,}0\,\text{Furlong})\,(201{,}168\,\text{m/Furlong})}{20{,}17\,\text{m/Chain}} = 40\,\text{Chain}\,.$$

AUFGEPASST Da 4 Furlong etwa 800 m entsprechen und 1 Rod ungefähr 5 m lang ist, ist unser Ergebnis von ca. 160 Rod plausibel. Dasselbe gilt für das Resultat von 40 Chain (1 Chain ≈ 20 m).

Arbeitsbuch Halliday Physik, 3. Auflage. David Halliday et al.

1.4 (a) Mit der Beziehung 12 Punkt = 1 Pica folgt

$$0{,}80\,\text{cm} = (0{,}80\,\text{cm})\left(\frac{1\,\text{Inch}}{2{,}54\,\text{cm}}\right)\left(\frac{6\,\text{Pica}}{1\,\text{Inch}}\right)\left(\frac{12\,\text{Punkt}}{1\,\text{Pica}}\right) \approx 23\,\text{Punkt}\,.$$

(b) Mit den Umrechnungsfaktoren 1 Inch = 2,54 cm und 6 Pica = 1 Inch erhalten wir

$$0{,}80\,\text{cm} = (0{,}80\,\text{cm})\left(\frac{1\,\text{Inch}}{2{,}54\,\text{cm}}\right)\left(\frac{6\,\text{Pica}}{1\,\text{Inch}}\right) \approx 1{,}9\,\text{Pica}\,.$$

1.5 **STARTPUNKT** Gegeben ist der Radius der Erde; wir sollen daraus ihren Umfang, ihre Oberfläche und ihr Volumen berechnen.

ANSATZ Wir gehen von einer Kugelform der Erde aus; ihr Radius beträgt

$$R_\text{E} = (6{,}37 \cdot 10^6\,\text{m})\,(10^{-3}\,\text{km/m}) = 6{,}37 \cdot 10^3\,\text{km}\,.$$

Entsprechend betragen ihr Umfang, ihre Oberfläche und ihr Volumen

$$U = 2\pi R_\text{E}\,, \quad A = 4\pi R_\text{E}^2\,, \quad V = \frac{4\pi}{3}R_\text{E}^3\,.$$

Diese geometrischen Formeln finden Sie in Anhang D.

RECHNUNG

(a) Mit den angegebenen Formeln erhalten wir für den Umfang

$$U = 2\pi R_\text{E} = 2\pi(6{,}37 \cdot 10^3\,\text{km}) = 4{,}00 \cdot 10^4\,\text{km}\,.$$

(b) Entsprechend ist die Oberfläche

$$A = 4\pi R_\text{E}^2 = 4\pi(6{,}37 \cdot 10^3\,\text{km})^2 = 5{,}10 \cdot 10^8\,\text{km}^2\,.$$

(c) Das Volumen beträgt

$$V = \frac{4\pi}{3}R_\text{E}^3 = \frac{4\pi}{3}(6{,}37 \cdot 10^3\,\text{km})^3 = 1{,}08 \cdot 10^{12}\,\text{km}^3\,.$$

AUFGEPASST Aus den angegebenen Formeln sehen wir, dass $U \propto R_\text{E}$, $A \propto R_\text{E}^2$ und $V \propto R_\text{E}^3$ ist. Für das Verhältnis von Volumen zu Oberfläche bzw. Oberfläche zu Umfang gilt $V/A = R_\text{E}/3$ und $A/U = 2R_\text{E}$.

1.6 (a) Wir verwenden die Tatsache, dass die Fläche A eines Rechtecks sich aus (Länge) · (Breite) berechnet und bestimmen zunächst die Gesamtfläche

$$\begin{aligned} A_\text{gesamt} &= (3{,}00\,\text{Acre}) + (25{,}0\,\text{Perch})\,(4{,}00\,\text{Perch}) \\ &= (3{,}00\,\text{Acre})\left(\frac{(40\,\text{Perch})\,(4\,\text{Perch})}{1\,\text{Acre}}\right) + 100\,\text{Perch}^2 = 580\,\text{Perch}^2\,. \end{aligned}$$

Dies multiplizieren wir mit dem Umrechnungsfaktor von Perch^2 zu Rood (1 Rood/40 Perch^2) und erhalten als Antwort $A_\text{gesamt} = 14{,}5$ Rood.

(b) Nun wandeln wir unser Zwischenergebnis aus (a) um:

$$A_\text{gesamt} = (580\,\text{Perch}^2)\left(\frac{16{,}5\,\text{ft}}{1\,\text{Perch}}\right)^2 = 1{,}58 \cdot 10^5\,\text{ft}^2\,.$$

Dieses Resultat wandeln wir mithilfe der Beziehungen aus Anhang D von Fuß in Meter um:

$$A_\text{gesamt} = (1{,}58 \cdot 10^5\,\text{ft}^2)\left(\frac{1\,\text{m}}{3{,}281\,\text{ft}}\right)^2 = 1{,}47 \cdot 10^4\,\text{m}^2\,.$$

1.7 Das Volumen des Eises ist das Produkt der Fläche A des Halbkreises und der Dicke des Halbkreises. Die Fläche A ist die halbe Fläche eines Kreises mit Radius R, also $A = \pi R^2/2$. Wenn wir mit D die Dicke des Eises bezeichnen, beträgt sein Volumen V also

$$V = \frac{\pi}{2} R^2 D\,.$$

Nun drücken wir alle Größen in der Einheit cm aus:

$$R = (2000\,\mathrm{km}) \left(\frac{10^3\,\mathrm{m}}{1\,\mathrm{km}}\right) \left(\frac{10^2\,\mathrm{cm}}{1\,\mathrm{m}}\right) = 2000 \cdot 10^5\,\mathrm{cm}\,.$$

und

$$D = (3000\,\mathrm{m}) \left(\frac{10^2\,\mathrm{cm}}{1\,\mathrm{m}}\right) = 3000 \cdot 10^2\,\mathrm{cm}\,.$$

Wir erhalten also

$$V = \frac{\pi}{2}(2000 \cdot 10^5\,\mathrm{cm})^2(3000 \cdot 10^2\,\mathrm{cm}) = 1{,}9 \cdot 10^{22}\,\mathrm{cm}^3\,.$$

1.8 Das Gesamtvolumen V des realen Hauses ist das eines Dreiecksprismas (der Höhe $h = 3{,}0\,\mathrm{m}$ und der Grundfläche $A = 20\,\mathrm{m} \cdot 12\,\mathrm{m} = 240\,\mathrm{m}^2$) plus dem eines Quaders (der Höhe $h' = 6{,}0\,\mathrm{m}$ und derselben Grundfläche), also

$$V = \frac{1}{2} hA + h'A = \left(\frac{h}{2} + h'\right) A = 1800\,\mathrm{m}^3\,.$$

(a) In dem Puppenhaus ist jede Dimension um den Faktor 1/12 verkleinert, folglich gilt

$$V_{\mathrm{Puppenhaus}} = (1800\,\mathrm{m}^3) \left(\frac{1}{12}\right)^3 \approx 1{,}0\,\mathrm{m}^3\,.$$

(b) In diesem Fall ist jede Dimension um den Faktor 1/144 verkleinert (gegenüber dem realen Haus), daher ist nun

$$V_{\mathrm{Miniatur}} = (1800\,\mathrm{m}^3) \left(\frac{1}{144}\right)^3 \approx 6{,}0 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{m}^3\,.$$

1.9 Wir verwenden die in Anhang D gefundenen Umrechnungsfaktoren.

$$1\,\mathrm{Acre} \cdot \mathrm{ft} = (43{,}560\,\mathrm{ft}^2) \cdot \mathrm{ft} = 43{,}560\,\mathrm{ft}^3\,.$$

Da 2 in = (1/6) ft sind, beträgt das Volumen des Wassers, das während des Gewitters fiel,

$$V = (26\,\mathrm{km}^2) \left(\frac{1}{6}\,\mathrm{ft}\right) = (26\,\mathrm{km}^2)(3281\,\mathrm{ft/km})^2 \left(\frac{1}{6}\,\mathrm{ft}\right) = 4{,}66 \cdot 10^7\,\mathrm{ft}^3\,.$$

Also haben wir

$$V = \frac{4{,}66 \cdot 10^7\,\mathrm{ft}^3}{4{,}3560 \cdot 10^4\,\mathrm{ft}^3/\mathrm{Acre} \cdot \mathrm{ft}} = 1{,}1 \cdot 10^3\,\mathrm{Acre} \cdot \mathrm{ft}\,.$$

1.10 Die Einheitenvorsätze Mikro (µ), Nano, Piko, … finden Sie in Tab. 1.2. Das Einheitenzeichen „a“ steht für ein Jahr (lateinisch annus), „d“ für Tag (lateinisch dies, englisch day).

(a)

$$1\,\mu\mathrm{Jhd.} = (10^{-6}\,\mathrm{Jhd.}) \left(\frac{100\,\mathrm{a}}{1\,\mathrm{Jhd.}}\right) \left(\frac{365\,\mathrm{d}}{1\,\mathrm{a}}\right) \left(\frac{24\,\mathrm{h}}{1\,\mathrm{d}}\right) \left(\frac{60\,\mathrm{min}}{1\,\mathrm{h}}\right) = 52{,}6\,\mathrm{min}\,.$$

(b) Die prozentuale Abweichung ist folglich

$$\frac{52{,}6\,\mathrm{min} - 50\,\mathrm{min}}{52{,}6\,\mathrm{min}} = 4{,}9\,\%\,.$$

1.11 Wir verwenden die in Anhang D gefundenen Umrechnungsfaktoren und die Definitionen der SI-Einheitenvorsätze aus Tab. 1.2. Dabei steht „ns“ für die Einheit Nanosekunden, „ps“ für die Einheit Pikosekunden usw.

(a) $1\,\mathrm{m} = 3{,}281\,\mathrm{ft}$ und $1\,\mathrm{s} = 10^9\,\mathrm{ns}$. Also haben wir

$$3{,}0 \cdot 10^8\,\mathrm{m/s} = \left(\frac{3{,}0 \cdot 10^8\,\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)\left(\frac{3{,}281\,\mathrm{ft}}{\mathrm{m}}\right)\left(\frac{\mathrm{s}}{10^9\,\mathrm{ns}}\right) = 0{,}98\,\mathrm{ft/ns}\,.$$

(b) Verwenden wir $1\,\mathrm{m} = 10^3\,\mathrm{mm}$ und $1\,\mathrm{s} = 10^{12}\,\mathrm{ps}$, so erhalten wir

$$3{,}0 \cdot 10^8\,\mathrm{m/s} = \left(\frac{3{,}0 \cdot 10^8\,\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)\left(\frac{10^3\,\mathrm{mm}}{\mathrm{m}}\right)\left(\frac{\mathrm{s}}{10^{12}\,\mathrm{ps}}\right) = 0{,}30\,\mathrm{mm/ps}\,.$$

1.12 Ein Jahr enthält $3{,}156 \cdot 10^7$ Sekunden, was einerseits in Anhang D angegeben ist, sich andererseits aber auch einfach aus

$$\left(\frac{365{,}25\,\mathrm{d}}{1\,\mathrm{a}}\right)\left(\frac{24\,\mathrm{h}}{1\,\mathrm{d}}\right)\left(\frac{60\,\mathrm{min}}{1\,\mathrm{h}}\right)\left(\frac{60\,\mathrm{s}}{1\,\mathrm{min}}\right)$$

berechnen lässt.

(a) Eine Sekunde enthält 10^8 Shakes, also tatsächlich mehr, als ein Jahr Sekunden hat.

(b) Wenn wir das Alter des Universums als 1 U-Tag (oder 86 400 U-Sekunden) bezeichnen, dann gilt für die Zeitspanne seit der Entstehung des Menschen

$$\frac{10^6}{10^{10}} = 10^{-4}\,\text{U-Tage} \quad \Rightarrow \quad (10^{-4}\,\text{U-Tag})\left(\frac{86\,400\,\text{U-Sek.}}{1\,\text{U-Tag}}\right) = 8{,}6\,\text{U-Sek.}$$

1.13 **STARTPUNKT** In dieser Aufgabe sollen wir fünf Uhren im Hinblick auf ihre Eignung als Zeitmesser beurteilen.

ANSATZ Keine der Uhren läuft innerhalb von 24 h exakt 24 h weiter, aber das ist nicht das wichtigste Kriterium, um ihre Eignung für die Messung von Zeitintervallen zu beurteilen. Wichtiger ist, dass die Uhr in jedem 24-h-Intervall um (nahezu) denselben Betrag weiterläuft. Die abgelesene Zeit kann dann leicht angepasst werden, um das korrekte Intervall zu erhalten.

RECHNUNG Die folgende Tabelle gibt die Korrekturen (in Sekunden) an, die für jede Uhr in jedem 24-h-Intervall auf die angezeigte Zeit angewandt werden müssen. Die Einträge wurden ermittelt, indem die am Ende des Intervalls angezeigte Zeit von der zum Beginn subtrahiert wurde.

Uhr	So–Mo	Mo–Di	Di–Mi	Mi–Do	Do–Fr	Fr–Sa
A	−16	−16	−15	−17	−15	−15
B	−3	+5	−10	+5	+6	−7
C	−58	−58	−58	−58	−58	−58
D	+67	+67	+67	+67	+67	+67
E	+70	+55	+2	+20	+10	+10

Die Uhren C und D sind beide gute Zeitmesser in dem Sinn, dass jede bei ihrer täglichen Abweichung (bezüglich der Referenz-Zeitanzeige) konsistent ist; also können C und D leicht mit einfachen und vorhersagbaren Korrekturen „perfekt“ gemacht werden. Die Korrektur für Uhr C ist kleiner als die für Uhr D, daher bewerten wir Uhr C als beste und Uhr D als zweitbeste.

Die Korrektur, die auf Uhr A angewandt werden muss, liegt im Bereich von 15 bis 17 s. Für Uhr B liegt sie im Bereich von −5 bis +10 s, für Uhr E im Bereich von −70 bis −2 s. Nach C und D besitzt A den kleinsten Korrekturbereich, B den zweitkleinsten und E den größten. Von der besten zur schlechtesten Uhr lautet die Reihenfolge C, D, A, B, E.

AUFGEPASST Bei den Uhren A, B und E variieren die Abweichungen in verschiedenen 24-h-Intervallen völlig unsystematisch, was eine Korrektur schwierig macht.

1.14 Die auf einer beliebigen der Uhren angezeigte Zeit ist eine lineare Funktion der auf den anderen Uhren angezeigten Zeiten, wobei die Steigungen dieser Geraden $\neq 1$ und ihre y-Achsenabschnitte $\neq 0$ sind. Aus den in der Abbildung gezeigten Daten entnehmen wir

$$t_\mathrm{C} = \frac{2}{7}t_\mathrm{B} + \frac{594}{7}\,, \quad t_\mathrm{B} = \frac{33}{40}t_\mathrm{A} - \frac{662}{5}\,.$$

Mit diesen Beziehungen können wir die Fragen beantworten.

(a) Für $t'_\mathrm{A} - t_\mathrm{A} = 600\,\mathrm{s}$ gilt

$$t'_\mathrm{B} - t_\mathrm{B} = \frac{33}{40}(t'_\mathrm{A} - t_\mathrm{A}) = 495\,\mathrm{s}\,.$$

(b) Wir erhalten

$$t'_\mathrm{C} - t_\mathrm{C} = \frac{2}{7}(t'_\mathrm{B} - t_\mathrm{B}) = \frac{2}{7}(495\,\mathrm{s}) = 141\,\mathrm{s}\,.$$

(c) Wenn Uhr A $t_\mathrm{A} = 400\,\mathrm{s}$ anzeigt, zeigt Uhr B $t_\mathrm{B} = (33/40)\,(400) - (662/5) \approx 198\,\mathrm{s}$.

(d) Mit $t_\mathrm{C} = 15 = (2/7)t_\mathrm{B} + (594/7)$ erhalten wir $t_\mathrm{B} \approx -245\,\mathrm{s}$.

1.15 **STARTPUNKT** Für diese Aufgabe müssen wir die Lichtgeschwindigkeit in astronomischen Einheiten pro Minute ausdrücken.

ANSATZ Zuerst rechnen wir Meter in astronomische Einheiten und Sekunden in Minuten um. Dabei benutzen wir

$$1000\,\mathrm{m} = 1\,\mathrm{km}\,,$$
$$1\,\mathrm{AE} = 1{,}50 \cdot 10^8\,\mathrm{km}\,,$$
$$60\,\mathrm{s} = 1\,\mathrm{min}\,.$$

RECHNUNG Mit den angegebenen Beziehungen erhalten wir

$$c = 3{,}0 \cdot 10^8\,\mathrm{m/s} = \left(\frac{3{,}0 \cdot 10^8\,\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)\left(\frac{1\,\mathrm{km}}{1000\,\mathrm{m}}\right)\left(\frac{\mathrm{AE}}{1{,}50 \cdot 10^8\,\mathrm{km}}\right)\left(\frac{60\,\mathrm{s}}{\mathrm{min}}\right) = 0{,}12\,\mathrm{AE/min}\,.$$

AUFGEPASST Wenn wir die Lichtgeschwindigkeit wie hier in AE/min ausdrücken, sehen wir sofort, dass das Licht etwa 8,3 (= 1/0,12) Minuten braucht, um von der Sonne zur Erde zu gelangen, d. h. eine Entfernung von 1 AE zurückzulegen.

1.16 Da eine Änderung des Längengrads um 360° einer Zeitverschiebung um 24 Stunden entspricht, muss man seine Uhr erst dann um 1,0 h verstellen, wenn man seine geografische Länge um $360°/24\,\mathrm{h} = 15°$ verändert hat.

1.17 Der letzte Tag der 20 Jahrhunderte ist um folgenden Wert länger als der erste Tag:

$$(20\,\mathrm{Jhd.})\,(0{,}001\,\mathrm{s/Jhd.}) = 0{,}02\,\mathrm{s}\,.$$

Der durchschnittliche Tag während der 20 Jahrhunderte ist $(0 + 0{,}02)/2 = 0{,}01$ s länger als der erste Tag. Da die Zunahme gleichmäßig geschieht, ist der kumulative Effekt T:

$$T = (\text{mittlere Längenzunahme eines Tages})\,(\text{Zahl der Tage})$$
$$\left(\frac{0{,}01\,\mathrm{s}}{1\,\mathrm{d}}\right)\left(\frac{365{,}25\,\mathrm{d}}{1\,\mathrm{a}}\right)(2000\,\mathrm{a}) = 7305\,\mathrm{s} \approx 2\,\mathrm{h}\,.$$

1.18 Für die Rotationsgeschwindigkeit f (für Frequenz) des Pulsars gilt

$$f = \frac{1\,\text{Rotation}}{1{,}557\,806\,448\,872\,75 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{s}}\,.$$

(a) Die Zahl der Rotationen erhalten wir, indem wir f mit dem Zeitintervall $t = 7{,}00\,\mathrm{d}$ (entsprechend 604 800 s, wenn wir Überlegungen zur Zahl der *signifikanten Stellen* für den Moment außer Acht lassen) multiplizieren:

$$N = \left(\frac{1\,\text{Rotation}}{1{,}557\,806\,448\,872\,75 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{s}}\right)(604\,800\,\mathrm{s}) = 388\,238\,218{,}4\,.$$

Diesen Wert runden wir jetzt auf $3{,}88 \cdot 10^8$ Rotationen, da auch das Zeitintervall in der Aufgabe nur mit drei signifikanten Stellen angegeben war.

(b) Die Aufgabenstellung gibt eine *exakte* Zahl von Rotationen des Pulsars an (eine Million). Die Unbekannte ist nun t und die Gleichung der Form $N = ft$ aus Teil (a) lautet daher

$$1 \cdot 10^6 = \left(\frac{1\,\text{Rotation}}{1{,}557\,806\,448\,872\,75 \cdot 10^{-3}\,\text{s}} \right) \cdot t\,,$$

woraus wir das Resultat $t = 1557{,}806\,448\,872\,75$ s bekommen (obwohl Sie vermutlich weniger Stellen erhalten werden, wenn Sie die Werte in Ihren Taschenrechner eingeben).

(c) Die Angabe in der Aufgabenstellung bedeutet, dass die Zeitungenauigkeit *pro Umdrehung* des Pulsars $\pm 3 \cdot 10^{-17}$ s beträgt. Für eine Million Umdrehungen ist die resultierende Ungenauigkeit folglich

$$(\pm 3 \cdot 10^{-17})\,(1 \cdot 10^6) = \pm 3 \cdot 10^{-11}\,\text{s}\,.$$

1.19 Wenn M_E die Masse der Erde, m die durchschnittliche Masse eines Atoms in der Erde und N die Anzahl der Atome bezeichnet, dann ist $M_\text{E} = Nm$ bzw. $N = M_\text{E}/m$. Unter Verwendung von Anhang D wandeln wir die Masse m in Kilogramm um ($1\,\text{u} = 1{,}661 \cdot 10^{-27}$ kg). Also ergibt sich

$$N = \frac{M_\text{E}}{m} = \frac{5{,}98 \cdot 10^{24}\,\text{kg}}{(40\,\text{u})\,(1{,}661 \cdot 10^{-27}\,\text{kg/u})} = 9{,}0 \cdot 10^{49}\,.$$

1.20 Die Dichte von Gold beträgt

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{19{,}32\,\text{g}}{1\,\text{cm}^3} = 19{,}32\,\text{g/cm}^3\,.$$

(a) Das Volumen des Blatts berechnen wir aus seiner Fläche A multipliziert mit seiner Dicke z. Mit der Dichte $\rho = 19{,}32\,\text{g/cm}^3$ und der Masse $m = 27{,}63$ g erhalten wir für das Volumen

$$V = \frac{m}{\rho} = 1{,}430\,\text{cm}^3\,.$$

Dieses Ergebnis rechnen wir in SI-Einheiten um:

$$V = (1{,}430\,\text{cm}^3) \left(\frac{1\,\text{m}}{100\,\text{cm}} \right)^3 = 1{,}430 \cdot 10^{-6}\,\text{m}^3\,.$$

Mit $V = Az$ und $z = 1 \cdot 10^{-6}$ m (die Einheitenvorsätze finden sich in Tab. 1.2) erhalten wir so

$$A = \frac{1{,}430 \cdot 10^{-6}\,\text{m}^3}{1 \cdot 10^{-6}\,\text{m}} = 1{,}430\,\text{m}^2\,.$$

(b) Das Volumen eines Zylinders der Länge ℓ ist $V = A\ell$, wobei seine Querschnittsfläche die eines Kreises ist: $A = \pi r^2$. Daher ergibt sich mit $r = 2{,}500 \cdot 10^{-6}$ m und $V = 1{,}430 \cdot 10^{-6}\,\text{m}^3$

$$\ell = \frac{V}{\pi r^2} = 7{,}284 \cdot 10^4\,\text{m} = 72{,}84\,\text{km}\,.$$

1.21 **STARTPUNKT** Diese Aufgabe besteht aus zwei Teilen: Zuerst müssen wir die Masse des Wassers aus seinem Volumen und seiner Dichte bestimmen. Der zweite Teil befasst sich mit dem Massenstrom des Wassers, der im SI in der Einheit kg/s ausgedrückt wird.

ANSATZ Aus der Definition der Dichte, $\rho = m/V$, erkennen wir, dass wir die Masse des Wassers aus $m = \rho V$ berechnen können, dem Produkt aus Volumen und Dichte. Mit $1\,\text{g} = 1 \cdot 10^{-3}$ kg und $1\,\text{cm}^3 = (1 \cdot 10^{-2}\,\text{m})^3 = 1 \cdot 10^{-6}\,\text{m}^3$ erhalten wir für die Dichte des Wassers in SI-Einheiten (kg/m^3)

$$\rho = 1\,\text{g/cm}^3 = \left(\frac{1\,\text{g}}{\text{cm}^3} \right) \left(\frac{10^{-3}\,\text{kg}}{\text{g}} \right) \left(\frac{\text{cm}^3}{10^{-6}\,\text{m}^3} \right) = 1 \cdot 10^3\,\text{kg/m}^3\,.$$

Um den Massenstrom zu erhalten, dividieren wir einfach die Gesamtmasse des Wassers durch die Zeit, die zur Entleerung des Behälters nötig ist.

RECHNUNG

(a) Mit $m = \rho V$ erhalten wir für die Masse eines Kubikmeters Wasser

$$m = \rho V = (1 \cdot 10^3\,\mathrm{kg/m^3})\,(1\,\mathrm{m^3}) = 1000\,\mathrm{kg}\,.$$

(b) Die Gesamtmasse des Wassers im Behälter ist

$$M = \rho V = (5700\,\mathrm{m^3})\,(1 \cdot 10^3\,\mathrm{kg/m^3}) = 5{,}70 \cdot 10^6\,\mathrm{kg}\,.$$

Die Zeit ist $t = (10\,\mathrm{h})\,(3600\,\mathrm{s/h}) = 3{,}6 \cdot 10^4\,\mathrm{s}$, also ist der *Massenstrom* R

$$R = \frac{M}{t} = \frac{5{,}70 \cdot 10^6\,\mathrm{kg}}{3{,}6 \cdot 10^4\,\mathrm{s}} = 158\,\mathrm{kg/s}\,.$$

AUFGEPASST Die Entleerungsgeschwindigkeit kann auch als Funktion des Volumens ausgedrückt werden

$$R' = \frac{V}{t} = \frac{5700\,\mathrm{m^3}}{3{,}6 \cdot 10^4\,\mathrm{s}} = 0{,}158\,\mathrm{m^3/s}\,.$$

1.22 Das Volumen des Niederschlags ist

$$\begin{aligned} V &= (26\,\mathrm{km^2})\,(2{,}0\,\mathrm{in}) = (26\,\mathrm{km^2})\left(\frac{1000\,\mathrm{m}}{1\,\mathrm{km}}\right)^2 (2{,}0\,\mathrm{in})\left(\frac{0{,}0254\,\mathrm{m}}{1\,\mathrm{in}}\right) \\ &= (26 \cdot 10^6\,\mathrm{m^2})\,(0{,}0508\,\mathrm{m}) \\ &= 1{,}3 \cdot 10^6\,\mathrm{m^3}\,. \end{aligned}$$

Die Dichte des Wassers ist

$$\rho = \frac{m}{V} = 1 \cdot 10^3\,\mathrm{kg/m^3}\,.$$

Folglich beträgt gemäß $m = \rho V$ die Masse des Wassers

$$m = (1 \cdot 10^3\,\mathrm{kg/m^3})\,(1{,}3 \cdot 10^6\,\mathrm{m^3}) = 1{,}3 \cdot 10^9\,\mathrm{kg}\,.$$

1.23 Wir verwenden die Definition der Dichte

$$\rho = \frac{m}{V}$$

und wandeln in SI-Einheiten um: $1000\,\mathrm{g} = 1\,\mathrm{kg}$ und $100\,\mathrm{cm} = 1\,\mathrm{m}$.

(a) Die Dichte ρ einer Eisenprobe ist daher

$$\rho = (7{,}87\,\mathrm{g/cm^3})\left(\frac{1\,\mathrm{kg}}{1000\,\mathrm{g}}\right)\left(\frac{100\,\mathrm{cm}}{1\,\mathrm{m}}\right)^3,$$

was $\rho = 7870\,\mathrm{kg/m^3}$ liefert. Wenn wir die Zwischenräume zwischen den dicht gepackten Kugeln vernachlässigen, dann ist die Dichte eines einzelnen Eisenatoms die gleiche wie die einer Eisenprobe. Das heißt, wenn M die Masse eines Atoms ist, ist dessen Volumen

$$V = \frac{M}{\rho} = \frac{9{,}27 \cdot 10^{-26}\,\mathrm{kg}}{7{,}87 \cdot 10^3\,\mathrm{kg/m^3}} = 1{,}18 \cdot 10^{-29}\,\mathrm{m^3}\,.$$

(b) Wir setzen $V = 4\pi R^3/3$, wobei R der Radius (Anhang D enthält verschiedene geometrische Formeln) eines Atoms ist. Lösen wir nach R auf, erhalten wir

$$R = \left(\frac{3V}{4\pi}\right)^{1/3} = \left(\frac{3(1{,}18 \cdot 10^{-29}\,\mathrm{m^3})}{4\pi}\right)^{1/3} = 1{,}41 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{m}\,.$$

Der Abstand zwischen den Mittelpunkten der Atome ist das Doppelte ihres Radius also $2{,}82 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{m}$.

1.24 Die Einheitenvorsätze Mikro, Nano, Piko, … finden Sie in Tab. 1.2. Die Oberfläche A jedes Sandkorns mit Radius $r = 50\,\mu\text{m} = 50 \cdot 10^{-6}\,\text{m}$ ist gegeben durch $A = 4\pi(50 \cdot 10^{-6}\,\text{m})^2 = 3{,}14 \cdot 10^{-8}\,\text{m}^2$ (Anhang D enthält verschiedene Formeln aus der Geometrie). Die Definition der Dichte ist

$$\rho = \frac{m}{V}$$

sodass die Masse aus $m = \rho V$ mit $\rho = 2600\,\text{kg/m}^3$ bestimmt werden kann. Unter Verwendung von $V = 4\pi r^3/3$ ergibt sich daher für die Masse jedes Sandkorns

$$m = \left(\frac{4\pi(50 \cdot 10^{-6}\,\text{m})^3}{3}\right)\left(\frac{2600\,\text{kg}}{\text{m}^3}\right) = 1{,}36 \cdot 10^{-9}\,\text{kg}\,.$$

Wir bemerken, dass die angegebene Oberfläche $6\,\text{m}^2$ beträgt (weil ein Würfel sechs gleiche Seiten besitzt). Die Anzahl N der Kugeln (Sandkörner), die eine Gesamtfläche von $6\,\text{m}^2$ besitzen, ist gegeben durch

$$N = \frac{6\,\text{m}^2}{3{,}14 \cdot 10^{-8}\,\text{m}^2} = 1{,}91 \cdot 10^8\,.$$

Daher ist die Gesamtmasse M gegeben durch

$$M = Nm = (1{,}91 \cdot 10^8)(1{,}36 \cdot 10^{-9}\,\text{kg}) = 0{,}260\,\text{kg}\,.$$

1.25 Aus Abb. 1.A25 erkennen wir, dass 212 S gerade 258 W entsprechen und 212 S − 32 S = 180 S gleich 216 Z − 60 Z = 156 Z sind. Mit diesen Informationen können wir S in W oder Z umwandeln.

(a) Für die Umrechnung in W gilt

$$50{,}0\,\text{S} = (50{,}0\,\text{S})\left(\frac{258\,\text{W}}{212\,\text{S}}\right) = 60{,}8\,\text{W}\,.$$

(b) Für die Umrechnung in Z gilt

$$50{,}0\,\text{S} = (50{,}0\,\text{S})\left(\frac{156\,\text{Z}}{180\,\text{S}}\right) = 43{,}3\,\text{Z}\,.$$

1.26 Die ersten beiden Umrechnungen sind eigentlich so einfach, dass wir uns den formalen Weg ersparen könnten, zum Zwecke der Übung wollen wir ihn aber trotzdem gehen:

(a) $11\,\text{Tuffet} = (11\,\text{Tuffet})\left(\frac{2\,\text{Peck}}{1\,\text{Tuffet}}\right) = 22\,\text{Peck}.$

(b) $11\,\text{Tuffet} = (11\,\text{Tuffet})\left(\frac{0{,}50\,\text{Imperial Bushel}}{1\,\text{Tuffet}}\right) = 5{,}5\,\text{Imperial Bushel}.$

(c) $11\,\text{Tuffet} = (5{,}5\,\text{Imperial Bushel})\left(\frac{36{,}3687\,\text{L}}{1\,\text{Imperial Bushel}}\right) \approx 200\,\text{L}.$

1.27 Am einfachsten lässt sich diese Aufgabe lösen, indem wir den zusätzlichen horizontalen Platzbedarf Δx pro Stufe ($\Delta x = 0{,}05\,\text{m}$) mit der Zahl der benötigten Stufen (berechnet aus der Gesamthöhe und der Höhe der einzelnen Stufen) multiplizieren:

$$x = N_{\text{Stufen}}\Delta x = \left(\frac{4{,}57}{0{,}19}\right)(0{,}05\,\text{m}) = 1{,}2\,\text{m}\,.$$

1.28 Wir kürzen Wapentake als „wp“ ab und nehmen für 1 Hide eine Fläche von 110 Acres an. So erhalten wir für das Verhältnis 25 wp/11 Barn mit den entsprechenden Umrechnungsfaktoren:

$$\frac{(25\,\text{wp})}{(11\,\text{Barn})} \cdot \frac{\left(\frac{100\,\text{Hide}}{1\,\text{wp}}\right)\left(\frac{110\,\text{Acre}}{1\,\text{Hide}}\right)\left(\frac{4047\,\text{m}^2}{1\,\text{Acre}}\right)}{\left(\frac{1 \cdot 10^{-28}\,\text{m}^2}{1\,\text{Barn}}\right)} \approx 1 \cdot 10^{36}\,.$$

2 Geradlinige Bewegung

2.1 Nehmen wir an, dass die Horizontalgeschwindigkeit des Balls konstant ist, beträgt seine horizontale Auslenkung

$$\Delta x = v\Delta t \ ,$$

wobei Δx den horizontal zurückgelegten Abstand, Δt die Zeit und v die (horizontale) Geschwindigkeit bezeichnet.

Wandeln wir v in Meter pro Sekunde um, erhalten wir 160 km/h = 44,4 m/s. Damit ergibt sich

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{18{,}4\,\mathrm{m}}{44{,}4\,\mathrm{m/s}} = 0{,}414\,\mathrm{s} \ .$$

Anmerkung: Die obige Umwandlung der Geschwindigkeitseinheiten kann man mit „elementaren Grundkenntnissen" (1000 m = 1 km, 3600 s = 1 h) nachrechnen oder in Anhang D nachschauen.

2.2 Hubers Geschwindigkeit betrug

$$v_0 = \frac{200\,\mathrm{m}}{6{,}509\,\mathrm{s}} = 30{,}72\,\mathrm{m/s} = 110{,}6\,\mathrm{km/h} \ ,$$

wobei wir den Umrechnungsfaktor 1 m/s = 3,6 km/h verwendet haben. Da Whittingham 19,0 km/h schneller war als Huber, betrug seine Geschwindigkeit $v_1 = (110{,}6\,\mathrm{km/h} + 19{,}0\,\mathrm{km/h}) = 129{,}6\,\mathrm{km/h}$ oder 36 m/s (1 km/h = 0,2778 m/s). Nach Gl. 2.2 brauchte er demzufolge für die 200 m

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v_1} = \frac{200\,\mathrm{m}}{36\,\mathrm{m/s}} = 5{,}554\,\mathrm{s} \ .$$

2.3 Wir verwenden die Gln. 2.2 und 2.3. Wenn die Geschwindigkeit während einer Zeit t_c konstant und positiv ist, ist der Geschwindigkeitsbetrag gleich der Geschwindigkeit, und der Abstand ist gleich der Verschiebung $\Delta x = vt_c$.

(a) Während des ersten Teils der Bewegung beträgt die Verschiebung $\Delta x_1 = 40\,\mathrm{km}$, und das Zeitintervall ist

$$t_1 = \frac{(40\,\mathrm{km})}{(30\,\mathrm{km/h})} = 1{,}33\,\mathrm{h} \ .$$

Während des zweiten Teils ist die Verschiebung $\Delta x_2 = 40\,\mathrm{km}$, und das Zeitintervall ist

$$t_2 = \frac{(40\,\mathrm{km})}{(60\,\mathrm{km/h})} = 0{,}67\,\mathrm{h} \ .$$

Beide Verschiebungen finden in dieselbe Richtung statt, also ist die Gesamtverschiebung $\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 40\,\mathrm{km} + 40\,\mathrm{km} = 80\,\mathrm{km}$. Die Gesamtzeit für die Fahrt beträgt $t = t_1 + t_2 = 2{,}00\,\mathrm{h}$. Folglich ist die Durchschnittsgeschwindigkeit

$$v_{\mathrm{gem}} = \frac{(80\,\mathrm{km})}{(2{,}0\,\mathrm{h})} = 40\,\mathrm{km/h} \ .$$

(b) In diesem Beispiel ist die Effektivgeschwindigkeit gleich dem Betrag der Durchschnittsgeschwindigkeit, also auch 40 km/h.

Arbeitsbuch Halliday Physik, 3. Auflage. David Halliday et al.

(c) Wir beschreiben kurz den Graphen (natürlich mit Kilometern und Stunden): zwei aneinander angrenzende gerade Abschnitte, der erste mit einer Steigung von 30, der den Ursprung mit $(t_1, x_1) = (1{,}33, 40)$ verbindet, und der andere mit einer Steigung von 60, der (t_1, x_1) mit $(t, x) = (2{,}00, 80)$ verbindet. Die Durchschnittsgeschwindigkeit, vom grafischen Gesichtspunkt aus betrachtet, ist die Steigung einer Linie, die vom Ursprung zum Punkt (t, x) gezogen wird.

2.4 Wenn das Flugzeug seinen Kurs mit der Geschwindigkeit v beibehält und der Boden weiterhin mit einer Steigung von 4,3° ansteigt, dann wird die Maschine nach einer Wegstrecke

$$\Delta x = \frac{h}{\tan\theta} = \frac{35\,\text{m}}{\tan 4{,}3^\circ} = 465{,}5\,\text{m} \approx 0{,}465\,\text{km}$$

auf dem Boden aufschlagen. Da die Geschwindigkeit konstant ist, gilt $v = v_{\text{gem}}$ und wir finden nach Gl. 2.2 eine Flugzeit von

$$t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{0{,}465\,\text{km}}{1300\,\text{km/h}} = 0{,}000\,358\,\text{h} \approx 1{,}3\,\text{s}\,.$$

Das entspricht ungefähr der Zeit, die dem Piloten bleibt, um seinen Kurs zu korrigieren.

2.5 (a) Wir bezeichnen die Reisedauer mit T und die Strecke von San Antonio nach Houston mit D. Dann gilt für die Durchschnittsgeschwindigkeit

$$v_{\text{eff},1} = \frac{\text{D}}{\text{T}} = \frac{(55\,\text{km/h})\,(T/2) + (90\,\text{km/h})\,(\text{T}/2)}{\text{T}} = 72{,}5\,\text{km/h}\,,$$

gerundet sind das 73 km/h.

(b) Da für konstante Geschwindigkeit die Beziehung Zeit = Entfernung/Geschwindigkeit gilt, ist in diesem Fall

$$v_{\text{eff},2} = \frac{\text{D}}{\text{T}} = \frac{\text{D}}{\frac{\text{D}/2}{55\,\text{km/h}} + \frac{\text{D}/2}{90\,\text{km/h}}} = 68{,}3\,\text{km/h}\,,$$

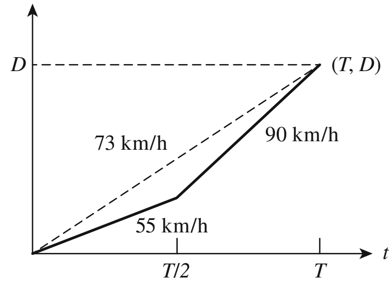
gerundet also 68 km/h.

(c) Wir dürfen die insgesamt zurückgelegte Strecke (2D) nicht mit der effektiven Verschiebung (null) verwechseln. Für den Hin- und Rückweg gilt

$$v_{\text{eff}} = \frac{2\text{D}}{\frac{\text{D}}{72{,}5\,\text{km/h}} + \frac{\text{D}}{68{,}3\,\text{km/h}}} = 70\,\text{km/h}\,.$$

(d) Da die effektive Verschiebung null ist, ist die Durchschnittsgeschwindigkeit über die gesamte Reise berechnet ebenfalls null.

(e) Da nur eine *Skizze* gefragt war, können Sie die Entfernung D willkürlich wählen (die Absicht ist gerade *nicht*, dass sie die tatsächliche Entfernung im Atlas nachschlagen); ebenso können Sie auch T anstelle von D frei wählen, wie aus der folgenden Diskussion deutlich werden wird. Wie wollen die Grafik kurz beschreiben (alle Steigungen in km/h): Es gibt zwei aneinandergefügte Geradensegmente, von denen das erste eine Steigung von 55 besitzt und vom Ursprung zum Punkt $(t_1, x_1) = (\text{T}/2, 55\,\text{T}/2)$ verläuft und das zweite eine Steigung von 90 hat und vom Punkt (t_1, x_1) bis zum Punkt (T,D) mit D = (55+90)T/2 verläuft. Die Durchschnittsgeschwindigkeit entspricht in der Grafik der Steigung der Ursprungsgeraden, die durch den Punkt (T,D) verläuft. Ihre Skizze könnte also ungefähr so aussehen (nicht maßstabsgerecht).



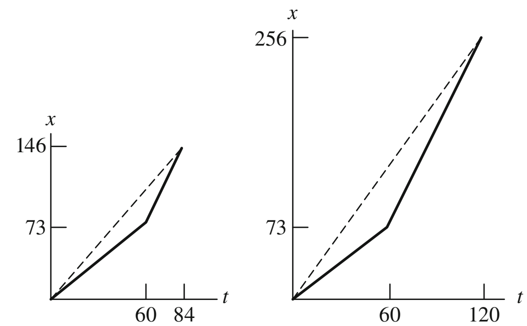
2.6 (a) Weil für konstante Geschwindigkeit gilt Zeit = Entfernung/Geschwindigkeit, ist

$$v_{\text{gem}} = \frac{73{,}2\,\text{m} + 73{,}2\,\text{m}}{\frac{73{,}2\,\text{m}}{1{,}22\,\text{m/s}} + \frac{73{,}2\,\text{m}}{3{,}05\,\text{m/s}}} = 1{,}74\,\text{m/s}\,.$$

(b) Da (wieder für konstante Geschwindigkeit) Entfernung $= vt$ ist, erhalten wir

$$v_{\text{gem}} = \frac{(1{,}22\,\text{m/s})\,(60\,\text{s}) + (3{,}05\,\text{m/s})\,(60\,\text{s})}{120\,\text{s}} = 2{,}14\,\text{m/s}\,.$$

(c) Die beiden Graphen sind unten gezeigt (Einheiten: Meter bzw. Sekunden). Der erste besteht aus zwei Geradenabschnitten (durchgezogene Linien), von denen der erste eine Steigung von 1,22 und der zweite eine von 3,05 besitzt. Die Steigung der gestrichelten Linie entspricht der Durchschnittsgeschwindigkeit (in beiden Diagrammen). Auch der zweite Graph besteht aus zwei Geradenabschnitten mit denselben Steigungen wie zuvor, allerdings ist das Zeitintervall mit der höheren Geschwindigkeit in diesem Fall viel länger als im ersten Graphen, daher ist auch die resultierende Steigung der gestrichelten Linie in diesem Fall größer.



2.7 Die Verwendung von $x = 3t - 4t^2 + t^3$ (mit den jeweils passenden SI-Einheiten im Hinterkopf) ist praktisch, aber wenn wir die Einheiten explizit angeben wollten, würden wir $x = (3\,\text{m/s})t - (4\,\text{m/s}^2)t^2 + (1\,\text{m/s}^3)t^3$ schreiben. In unseren Antworten werden wir eine oder zwei signifikante Stellen angeben und nicht versuchen, den Regeln für die anzugebenden signifikanten Stellen streng zu folgen.

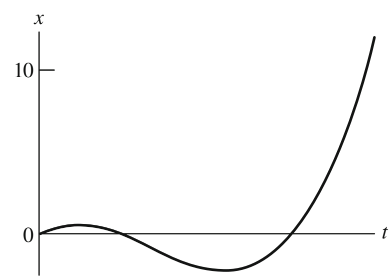
(a) Wenn wir $t = 1$ s einsetzen, erhalten wir $x = 0$. Für $t = 2$ s erhalten wir $x = -2$ m. Für $t = 3$ s erhalten wir analog $x = 0$, und für $t = 4$ s erhalten wir $x = 12$ m. Für die spätere Verwendung bemerken wir noch, dass wir für $t = 0$ als Position $x = 0$ erhalten.

(b) Die Position bei $t = 0$ wird von der Position bei $t = 4$ s subtrahiert, womit wir für die Verschiebung $\Delta x = 12$ m erhalten.

(c) Die Position für $t = 2$ s wird von der Position bei $t = 4$ s subtrahiert, womit wir für die Verschiebung $\Delta x = 14$ m erhalten. Gl. 2.2 führt dann auf

$$v_{\text{gem}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{14\,\text{m}}{2\,\text{s}} = 7\,.$$

(d) Die horizontale Achse ist die Zeitachse, wir betrachten das Intervall $0 \le t \le 4$ (in SI-Einheiten). Nicht dargestellt ist eine gerade Linie, die vom Punkt $(t, x) = (2, -2)$ zum höchsten dargestellten Punkt (bei $t = 4$ s) gezogen wird, womit die Antwort auf Teil (c) wiedergeben würde.



Wir legen die Bewegungsrichtung des Teilchens am Anfang in die $+x$-Richtung, sodass $v_0 = +18$ m/s und $v = -30$ m/s (für $t = 2{,}4$ s) sind. Wenn wir Gl. 2.7 (oder Gl. 2.11 geeignet interpretiert) verwenden, erhalten wir

$$a_{\text{gem}} = \frac{(-30\,\text{m/s}) - (+18\,\text{m/s})}{2{,}4} = -20\,\text{m/s}^2\,,$$

was zeigt, dass die Durchschnittsbeschleunigung den Betrag $20\,\text{m/s}^2$ hat und in die der Anfangsgeschwindigkeit des Teilchens entgegengesetzte Richtung weist.

2.8 Der Abstand zwischen den beiden Zügen verringert sich mit einer konstanten Geschwindigkeit von 60 km/h, daher beträgt die Zeit bis zum Zusammenstoß $t = (60\,\text{km})/(60\,\text{km/h}) = 1{,}0\,\text{h}$. In dieser Zeit legt der Vogel eine Entfernung $x = vt = (60\,\text{km/h})\,(1{,}0\,\text{h}) = 60\,\text{km}$ zurück.

2.9 In Sekunden umgerechnet betragen die Laufzeiten $t_1 = 147{,}95\,\text{s}$ bzw. $t_2 = 148{,}15\,\text{s}$. Wenn beide Läufer gleich schnell gewesen wären, müsste gelten

$$v_{\text{gem},1} = v_{\text{gem},2} \quad \Rightarrow \quad \frac{L_1}{t_1} = \frac{L_2}{t_2}\,.$$

Daraus ergibt sich

$$L_2 - L_1 = \left(\frac{t_2}{t_1} - 1\right) L_1 = \left(\frac{148{,}15\,\text{s}}{147{,}95\,\text{s}} - 1\right) L_1 = 0{,}001\,35 \cdot L_1 \approx 1{,}4\,\text{m}\,,$$

wobei wir im letzten Schritt $L_1 \approx 1000\,\text{m}$ gesetzt haben. Nur wenn sich L_1 und L_2 um weniger als etwa 1,4 m unterscheiden, können wir also sicher sein, dass Läufer 1 tatsächlich schneller war als Läufer 2. Sollte L_1 mehr als 1,4 m kürzer sein als L_2, dann war in Wirklichkeit Läufer 2 der schnellere.

2.10 Diese Aufgabe lösen wir mithilfe von Gl. 2.4 und denken uns bei den Rechenschritten immer die eigentlich erforderlichen SI-Einheiten mit.

(a) Die Geschwindigkeit des Teilchens ist

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(4 - 12t + 3t^2) = -12 + 6t\,.$$

Zur Zeit $t = 1\,\text{s}$ beträgt die Geschwindigkeit also $v = (-12 + 6 \cdot 1) = -6\,\text{m/s}$.

(b) Da $v < 0$ ist, bewegt es sich zur Zeit $t = 1\,\text{s}$ in die negative x-Richtung.

(c) Zur Zeit $t = 1\,\text{s}$ ist der Betrag der Geschwindigkeit $|v| = 6\,\text{m/s}$.

(d) Für $0 < t < 2\,\text{s}$ nimmt $|v|$ bis auf den Wert null ab. Für $2 < t < 3\,\text{s}$ nimmt $|v|$ von null bis auf den Wert aus Teil (c) zu. $|v|$ ist dann größer als im Intervall $t > 3\,\text{s}$.

(e) Ja, weil v sich stetig von negativen Werten (z. B. für $t = 1\,\text{s}$) zu positiven Werten verändert (für $t \to +\infty$ gilt $v \to +\infty$). Die Überprüfung ergibt, dass die Geschwindigkeit für $t = 2\,\text{s}$ null wird.

(f) Nein. Aus $v = -12 + 6t$ folgt, dass für $t > 2\,\text{s}$ stets $v > 0$ gilt.

2.11 Wir verwenden Gl. 2.2 für die Durchschnitts- und Gl. 2.4 für die Momentangeschwindigkeit und setzen Entfernungen in Zentimetern und Zeiten in Sekunden ein.

(a) Wir setzen $t = 2{,}00\,\text{s}$ und $t = 3{,}00\,\text{s}$ in die angegebene Gleichung ein und erhalten $x_2 = 21{,}75\,\text{cm}$ sowie $x_3 = 50{,}25\,\text{cm}$. Die mittlere Geschwindigkeit im Intervall $2{,}00 \le t \le 3{,}00\,\text{s}$ ist damit

$$v_{\text{gem}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{50{,}25\,\text{cm} - 21{,}75\,\text{cm}}{3{,}00\,\text{s} - 2{,}00\,\text{s}}$$

oder $v_{\text{gem}} = 28{,}5\,\text{cm/s}$.

(b) Für die Momentangeschwindigkeit gilt $v = dx/dt = 4{,}5t^2$, was zur Zeit $t = 2{,}00\,\text{s}$ auf $v = (4{,}5)\,(2{,}00)^2 = 18{,}0\,\text{cm/s}$ führt.

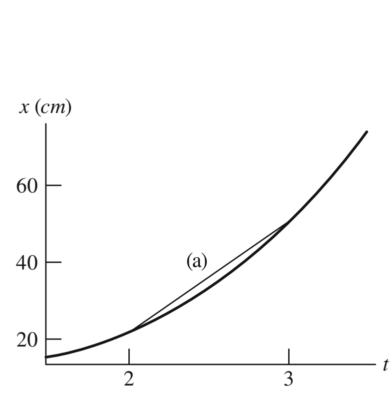
(c) Zur Zeit $t = 3{,}00\,\text{s}$ beträgt die Momentangeschwindigkeit $v = (4{,}5)\,(3{,}00)^2 = 40{,}5\,\text{cm/s}$.

(d) Zur Zeit $t = 2{,}50\,\text{s}$ beträgt die Momentangeschwindigkeit $v = (4{,}5)\,(2{,}50)^2 = 28{,}1\,\text{cm/s}$.

(e) Für den Zeitpunkt t_m, zu dem das Teilchen sich in der Mitte zwischen x_2 und x_3 befindet, also bei $x_\text{m} = (x_2 + x_3)/2 = 36\,\text{cm}$, gilt

$$x_\text{m} = 9{,}75 + 1{,}5t_\text{m}^3 \quad \Rightarrow \quad t_\text{m} = 2{,}596\,\text{s}\,.$$

Die Momentangeschwindigkeit zu diesem Zeitpunkt ist $v = 4{,}5(2{,}596)^2 = 30{,}3\,\text{cm/s}$.



(f) Die Antwort auf Teil (a) ergibt sich aus der Steigung der Geraden durch die Stellen $t = 2$ und $t = 3$ auf dem Graphen der Funktion $x(t)$. Die Antworten auf die Teile (b–e) ergeben sich aus den Steigungen der Tangenten (nicht gezeichnet) an die Kurve an den jeweiligen Punkten.

2.12 Aus $v = dx/dt$ (Gl. 2.4) folgt $\Delta x = \int v\,dt$, was der Fläche unter dem Graphen der Funktion $v(t)$ entspricht. Wenn wir die Gesamtfläche A in rechteckige (Fläche = Basis·Höhe) und dreieckige (Fläche = 1/2Basis·Höhe) Flächen unterteilen, erhalten wir

$$\begin{aligned} A &= A_{0<t<2} + A_{2<t<10} + A_{10<t<12} + A_{12<t<16} \\ &= \frac{1}{2} 2 \cdot 8 + 8 \cdot 8 + \left(2 \cdot 4 + \frac{1}{2} 2 \cdot 4\right) + 4 \cdot 4 \end{aligned}$$

(alles in SI-Einheiten). Daraus ergibt sich $\Delta x = 100\,\mathrm{m}$.

2.13 **STARTPUNKT** Bei dieser Aufgabe aus der eindimensionalen Kinematik bekommen wir die Geschwindigkeiten eines Teilchens zu zwei Zeitpunkten vorgegeben und sollen seine mittlere Beschleunigung im dazwischen liegenden Intervall berechnen.

ANSATZ Wir wählen die anfängliche Bewegungsrichtung des Teilchens als positive x-Richtung. Die mittlere Beschleunigung in einem Zeitintervall $t_1 \leq t \leq t_2$ erhalten wir aus Gl. 2.7:

$$a_{\mathrm{gem}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v(t_2) - v(t_1)}{t_2 - t_1} \,.$$

RECHNUNG Es gilt $v_1 = +18\,\mathrm{m/s}$ zur Zeit $t_1 = 0$ und $v_2 = -30\,\mathrm{m/s}$ zur Zeit $t_2 = 2{,}4\,\mathrm{s}$. Mithilfe von Gl. 2.7 erhalten wir

$$a_{\mathrm{gem}} = \frac{v(t_2) - v(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{(-30\,\mathrm{m/s}) - (+1\,\mathrm{m/s})}{2{,}4\,\mathrm{s} - 0} = -20\,\mathrm{m/s^2} \,.$$

AUFGEPASST Die mittlere Beschleunigung besitzt den Betrag $20\,\mathrm{m/s^2}$ und ist der anfänglichen Bewegungsrichtung des Teilchens entgegengerichtet. Das ist auch plausibel, weil die Geschwindigkeit des Teilchens sich im angegebenen Zeitintervall verringert. Mit $t_1 = 0$ können wir die Geschwindigkeit des Teilchens als Funktion der Zeit wie folgt schreiben:

$$v = v_0 + at = (18\,\mathrm{m/s}) - (20\,\mathrm{m/s^2})t \,.$$

2.14 Wir verwenden Gl. 2.2 (mittlere Geschwindigkeit) und Gl. 2.7 (mittlere Beschleunigung). Wir wählen den Ursprung als anfängliche Position des Teilchens und seine Bewegungsrichtung im Intervall $5\,\mathrm{min} \leq t \leq 10\,\mathrm{min}$ als die positive x-Richtung. Weiterhin verwenden wir die Tatsache, dass $\Delta x = v\Delta t'$ ist, sofern die Geschwindigkeit im Zeitintervall $\Delta t'$ konstant ist.

(a) Das gesamte betrachtete Zeitintervall ist $\Delta t = 8\,\mathrm{min}-2\,\mathrm{min} = 6\,\mathrm{min}$ oder 360 s, wobei das Intervall, in dem der Mann sich *bewegt*, nur $\Delta t' = 8\,\mathrm{min} - 5\,\mathrm{min} = 3\,\mathrm{min} = 180\,\mathrm{s}$ dauert. Seine Position zur Zeit $t = 2\,\mathrm{min}$ ist $x = 0$ und seine Position zur Zeit $t = 8\,\mathrm{min}$ ist $x = v\Delta t' = (2{,}2\,\mathrm{m})\,(180\,\mathrm{m}) = 396\,\mathrm{m}$. Folglich ist

$$v_{\mathrm{gem}} = \frac{396\,\mathrm{m} - 0}{360\,\mathrm{s}} = 1{,}10\,\mathrm{m/s} \,.$$

(b) Zur Zeit $t = 2\,\mathrm{min}$ bewegt der Mann sich nicht; zur Zeit $t = 8\,\mathrm{min}$ besitzt er die Geschwindigkeit $v = +2{,}2\,\mathrm{m/s}$. Also ist (wenn wir die Antwort auf drei signifikante Ziffern runden)

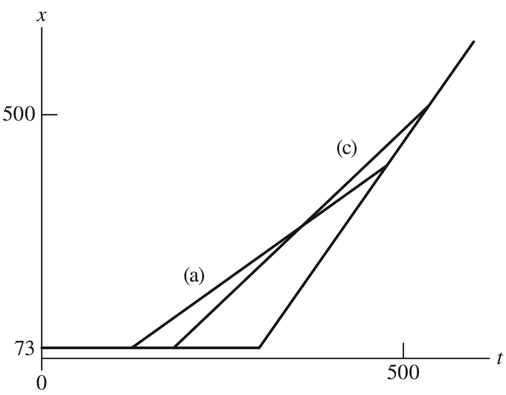
$$a_{\mathrm{gem}} = \frac{2{,}2\,\mathrm{m/s} - 0}{360\,\mathrm{s}} = 0{,}006\,11\,\mathrm{m/s^2} \,.$$

(c) Das gesamte betrachtete Zeitintervall ist jetzt $\Delta t = 9\,\mathrm{min} - 3\,\mathrm{min} = 6\,\mathrm{min}\,(360\,\mathrm{s})$, aber das Zeitintervall, in dem er sich bewegt, ist $\Delta t' = 9\,\mathrm{min} - 5\,\mathrm{min} = 4\,\mathrm{min} = 240\,\mathrm{s}$. Seine Position zur Zeit $t = 3\,\mathrm{min}$ ist $x = 0$; seine Position zur Zeit $t = 9\,\mathrm{min}$ ist $x = v\Delta t' = (2{,}2\,\mathrm{m})\,(240\,\mathrm{m}) = 528\,\mathrm{m}$. Folglich ist

$$v_{\mathrm{gem}} = \frac{528\,\mathrm{m} - 0}{360\,\mathrm{s}} = 1{,}47\,\mathrm{m/s} \,.$$

(d) Zur Zeit $t = 3\,\mathrm{min}$ bewegt der Mann sich nicht; zur Zeit $t = 9\,\mathrm{min}$ besitzt er die Geschwindigkeit $v = +2{,}2\,\mathrm{m/s}$. Folglich ist $a_{\mathrm{gem}} = 2{,}2/360 = 0{,}006\,11\,\mathrm{m/s^2}$, genau wie in Teil (b).

(e) Die horizontale Linie in der Skizze beschreibt, wie der Mann für $0 \leq t < 300\,\mathrm{s}$ bei $x = 0$ steht. Die linear ansteigenden Linien für $300 \leq t \leq 600\,\mathrm{s}$ beschreiben seine Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit in den Fällen (a) und (c). Die Steigungen dieser Geraden liefern die gesuchten Geschwindigkeiten.
Die Auftragung von v gegen t ist hier nicht gezeigt; sie bestünde aus zwei horizontalen Plateaus (eines bei $v = 0$ für $0 \leq t < 300\,\mathrm{s}$ und das zweite bei $v = 2{,}2\,\mathrm{m/s}$ für $300 \leq t \leq 600\,\mathrm{s}$). Die mittleren Beschleunigungen aus den Teilen (b) und (d) würden sich aus den Steigungen der gestrichelten Linien ergeben, welche die Geschwindigkeit bei $t = 0$ und bei $t = 600\,\mathrm{s}$ miteinander verbinden.



2.15 Wir verwenden die Bezeichnung $x(t)$ für den Wert von x zu einem bestimmten Zeitpunkt t. Also ist $x(t) = 50t + 10t^2$ mit den passenden SI-Einheiten Meter und Sekunden immer im Hinterkopf.

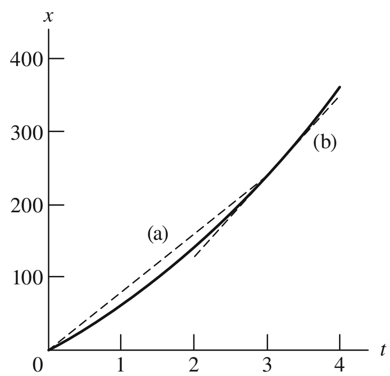
(a) Die Durchschnittsgeschwindigkeit während der ersten 3 s ist gegeben durch

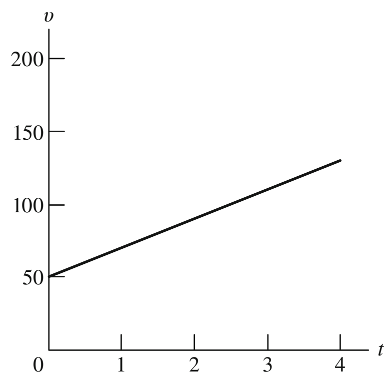
$$v_{\mathrm{gem}} = \frac{x(3) - x(0)}{\Delta t} = \frac{(50)\,(3) + (10)\,(3)^2 - 0}{3} = 80\,\mathrm{m/s}\,.$$

(b) Die Momentangeschwindigkeit zur Zeit t ist gegeben durch $v = dx/dt = 50 + 20t$ in SI-Einheiten. Bei $t = 3{,}0\,\mathrm{s}$ ist $v = 50 + (20)\,(3{,}0) = 110\,\mathrm{m/s}$.

(c) Die Momentanbeschleunigung zur Zeit t ist gegeben durch $a = dv/dt = 20\,\mathrm{m/s^2}$. Sie ist konstant, also ist die Beschleunigung zu jedem Zeitpunkt $20\,\mathrm{m/s^2}$.

(d und e) Die untenstehenden Graphen zeigen die Koordinate x und die Geschwindigkeit v als Funktionen der Zeit, natürlich in SI-Einheiten. Die gestrichelte Linie mit der Bezeichnung (a) im ersten Graphen verläuft von $t = 0$, $x = 0$ nach $t = 3{,}0\,\mathrm{s}$, $x = 240\,\mathrm{m}$. Ihre Steigung ist die Durchschnittsgeschwindigkeit während der ersten 3 s der Bewegung. Die gestrichelte Linie (b) verläuft tangential zur $x(t)$-Kurve bei $t = 3{,}0\,\mathrm{s}$. Ihre Steigung ist die Momentangeschwindigkeit bei $t = 3{,}0\,\mathrm{s}$.





2.16 Mithilfe der allgemeinen Beziehung $\frac{d}{dx}\mathrm{e}^{bx} = b \cdot \mathrm{e}^{bx}$ erhalten wir

$$v = \frac{dx}{dt} = \left(\frac{d(16t)}{dt}\right) \cdot \mathrm{e}^{-t} + (16t) \cdot \left(\frac{\mathrm{e}^{-t}}{dt}\right).$$

Um das Problem zu vermeiden, dass das Argument der Exponentialfunktion $(-t)$ hier offensichtlich dimensionsbehaftet ist, können wir einen expliziten Faktor $1/T$ mit $T = 1\,\mathrm{s}$ einführen und in der Rechnung mitführen (was keinen Einfluss auf die Antwort hat). Das Ergebnis der Differenziation ist

$$v = 16(1 - t)\mathrm{e}^{-t}\,,$$

wobei t und v in SI-Einheiten anzugeben sind (s bzw. m/s). Offensichtlich wird diese Funktion für $t = 1\,\mathrm{s}$ null. Nachdem wir nun wissen, *wann* die Bewegung endet, können wir herausfinden, *wo* dies geschieht, indem wir das Ergebnis $t = 1$ in die angegebene Funktion $x = 16t \cdot \mathrm{e}^{-t}$ einsetzen (x in m). So erhalten wir $x = 5{,}9\,\mathrm{m}$.

2.17 Wir verwenden die Bezeichnung $x(t)$ für den Wert von x zu einem bestimmten Zeitpunkt t. Die Bezeichnungen $v(t)$ und $a(t)$ haben entsprechende Bedeutungen.

(a) Da die Einheit von ct^2 die einer Länge ist, muss die Einheit von c die Dimension Länge/Zeit^2 haben, also im SI m/s^2 sein. Da bt^3 die Einheit einer Länge hat, muss die Einheit von b die Dimension Länge/Zeit^3 haben, also m/s^3 sein.

(b) Wenn das Teilchen seine maximale (oder seine minimale) Koordinate erreicht, ist seine Geschwindigkeit null. Da die Geschwindigkeit durch $v = dx/dt = 2ct - 3bt^2$ gegeben ist, tritt $v = 0$ ein für $t = 0$ und für

$$t = \frac{2c}{3b} = \frac{2(3{,}0\,\mathrm{m/s^2})}{3(2{,}0\,\mathrm{m/s^3})} = 1{,}0\,\mathrm{s}\,.$$

Für $t = 0$ ist $x = x_0 = 0$ und für $t = 1{,}0$ s ist $x = 1{,}0\,\mathrm{m} > x_0$. Da wir das Maximum suchen, verwerfen wir die erste Nullstelle ($t = 0$) und akzeptieren die zweite ($t = 1$ s).

(c) In den ersten 4 s bewegt sich das Teilchen vom Ursprung zur Stelle $x = 1{,}0$ m, kehrt um und bewegt sich zurück zu

$$x(4\,\mathrm{s}) = (3{,}0\,\mathrm{m/s^2})\,(4{,}0\,\mathrm{s})^2 - (2{,}0\,\mathrm{m/s^3})\,(4{,}0\,\mathrm{s})^3 = -80\,\mathrm{m}\,.$$

Die gesamte Weglänge, die es zurücklegt, ist $1{,}0\,\mathrm{m} + 1{,}0\,\mathrm{m} + 80\,\mathrm{m} = 82\,\mathrm{m}$.

(d) Seine Verschiebung ist gegeben durch $\Delta x = x_2 - x_1$, wobei $x_1 = 0$ und $x_2 = -80$ m sind. Also erhalten wir $\Delta x = -80$ m.

(e) Die Geschwindigkeit ist gegeben durch $v = 2ct - 3bt^2 = (6{,}0\,\mathrm{m/s^2})t - (6{,}0\,\mathrm{m/s^3})t^2$. Also erhalten wir

$$\begin{aligned}
v(1\,\mathrm{s}) &= (6{,}0\,\mathrm{m/s^2})\,(1{,}0\,\mathrm{s}) - (6{,}0\,\mathrm{m/s^3})\,(1{,}0\,\mathrm{s})^2 = 0\,,\\
v(2\,\mathrm{s}) &= (6{,}0\,\mathrm{m/s^2})\,(2{,}0\,\mathrm{s}) - (6{,}0\,\mathrm{m/s^3})\,(2{,}0\,\mathrm{s})^2 = -12\,\mathrm{m/s}\,,\\
v(3\,\mathrm{s}) &= (6{,}0\,\mathrm{m/s^2})\,(3{,}0\,\mathrm{s}) - (6{,}0\,\mathrm{m/s^3})\,(3{,}0\,\mathrm{s})^2 = -36{,}0\,\mathrm{m/s}\,,\\
v(4\,\mathrm{s}) &= (6{,}0\,\mathrm{m/s^2})\,(4{,}0\,\mathrm{s}) - (6{,}0\,\mathrm{m/s^3})\,(4{,}0\,\mathrm{s})^2 = -72\,\mathrm{m/s}\,.
\end{aligned}$$

(f) Die Beschleunigung ist gegeben durch $a = dv/dt = 2c - 6b = 6{,}0\,\mathrm{m/s^2} - (12{,}0\,\mathrm{m/s^3})t$. Also erhalten wir

$$\begin{aligned}
a(1\,\mathrm{s}) &= 6{,}0\,\mathrm{m/s^2} - (12{,}0\,\mathrm{m/s^3})\,(1{,}0\,\mathrm{s}) = -6{,}0\,\mathrm{m/s^2}\,,\\
a(2\,\mathrm{s}) &= 6{,}0\,\mathrm{m/s^2} - (12{,}0\,\mathrm{m/s^3})\,(2{,}0\,\mathrm{s}) = -18\,\mathrm{m/s^2}\,,\\
a(3\,\mathrm{s}) &= 6{,}0\,\mathrm{m/s^2} - (12{,}0\,\mathrm{m/s^3})\,(3{,}0\,\mathrm{s}) = -30\,\mathrm{m/s^2}\,,\\
a(4\,\mathrm{s}) &= 6{,}0\,\mathrm{m/s^2} - (12{,}0\,\mathrm{m/s^3})\,(4{,}0\,\mathrm{s}) = -42\,\mathrm{m/s^2}\,.
\end{aligned}$$

2.18 Für das Auto ist $\Delta v = 55 - 25 = 30$ km/h, was wir wie folgt in SI-Einheiten umrechnen:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(30\,\mathrm{km/h})\left(\frac{1000\,\mathrm{m/km}}{3600\,\mathrm{s/h}}\right)}{(0{,}50\,\mathrm{min})\,(60\,\mathrm{s/min})} = 0{,}28\,\mathrm{m/s^2}\,.$$

Die Änderung der Geschwindigkeit des Fahrrads in derselben Zeit ist genauso groß wie die des Autos, somit ist seine Beschleunigung ebenfalls 0,28 m/s^2.

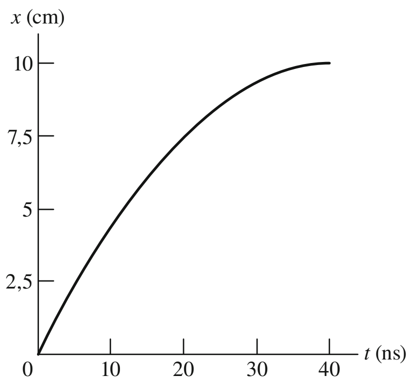
2.19 Die Bedingung für die gleichmäßig beschleunigte Bewegung erlaubt die Verwendung von Tab. 2.1.

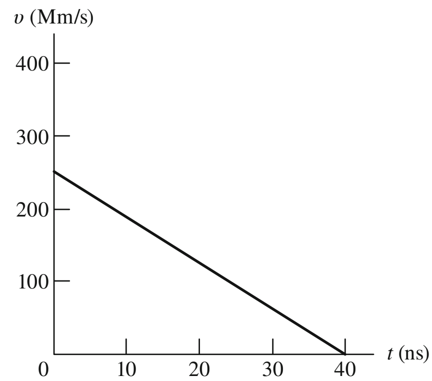
(a) Setzen wir $v = 0$ und $x_0 = 0$ in $v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$, so erhalten wir

$$x = -\frac{1}{2}\frac{v_0^2}{a} = -\frac{1}{2}\cdot\frac{(5{,}00\cdot 10^6\,\mathrm{m/s})^2}{-1{,}25\cdot 10^{14}\,\mathrm{m/s^2}} = 0{,}100\,\mathrm{m}\,.$$

Da das Myon abgebremst wird, müssen die Anfangsgeschwindigkeit und die Beschleunigung umgekehrte Vorzeichen haben.

(b) Unten sind die Position x und die Geschwindigkeit v des Myons von dem Augenblick, in dem es in das Feld tritt, bis zu dem Zeitpunkt, zu dem es anhält, wiedergegeben. Bei der Berechnung in Teil (a) wurde kein Bezug auf t gemacht, sodass andere Gleichungen aus Tab. 2.1 (wie $v = v_0 + at$ und $x = v_0t + \frac{1}{2}at^2$) verwendet wurden, um diese Graphen zu zeichnen.





2.20 Die benötigte Zeit erhalten wir aus Gl. 2.11 (oder, richtig angewandt, Gl. 2.7). Zuerst wandeln wir die Änderung der Geschwindigkeit in SI-Einheiten um:

$$\Delta v = (100\,\text{km/h}) \left(\frac{1000\,\text{m/km}}{3600\,\text{s/h}} \right) = 27{,}8\,\text{m/s}\,.$$

Folglich ist $\Delta t = \Delta v / a = (27{,}8\,\text{m/s})/(50\,\text{m/s}^2) = 0{,}556\,\text{s}$.

2.21 Wir verwenden $v = v_0 + at$ mit $t = 0$ als den Zeitpunkt, wo die Geschwindigkeit gleich $+9{,}6\,\text{m/s}$ beträgt.

(a) Da wir die Geschwindigkeit für eine Zeit *vor* $t = 0$ berechnen wollen, setzen wir $t = -2{,}5\,\text{s}$. Also ergibt Gl. 2.11

$$v = (9{,}6\,\text{m/s}) + (3{,}2\,\text{m/s}^2)\,(-2{,}5\,\text{s}) = 1{,}6\,\text{m/s}\,.$$

(b) Nun ist $t = +2{,}5\,\text{s}$, und wir erhalten

$$v = (9{,}6\,\text{m/s}) + (3{,}2\,\text{m/s}^2)\,(2{,}5\,\text{s}) = 18\,\text{m/s}\,.$$

2.22 Die Kugel startet in Ruhe ($v_0 = 0$) und erreicht die angegebene Geschwindigkeit ($v = 640\,\text{m/s}$), nachdem sie den Gewehrlauf mit einer Länge $\Delta x = 1{,}20\,\text{m}$ durchlaufen hat; sie bewegt sich in die positive x-Richtung. Wir wenden die Gleichungen für konstante Beschleunigung aus Tab. 2.1 an, in diesem Fall $\Delta x = \frac{1}{2}(v_0 + v)t$. Damit erhalten wir $t = 0{,}003\,75\,\text{s}$ oder $3{,}75\,\text{ms}$.

2.23 Die laut Aufgabenstellung konstante Beschleunigung erlaubt die Verwendung der Gleichungen aus Tab. 2.1.

(a) Wir lösen $v = v_0 + at$ nach der Zeit auf:

$$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{\frac{1}{10}(3{,}0 \cdot 10^8\,\text{m/s})}{9{,}8\,\text{m/s}^2} = 3{,}1 \cdot 10^6\,\text{s}\,.$$

Dies entspricht 1,2 Monaten.

(b) Wir werten $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$ für $x_0 = 0$ aus. Das Ergebnis ist

$$x = \frac{1}{2}(9{,}8\,\text{m/s}^2)\,(3{,}1 \cdot 10^6\,\text{s})^2 = 4{,}7 \cdot 10^{13}\,\text{m}\,.$$

2.24 Wir verwenden $v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$ aus Tab. 2.1 und lösen nach a auf. Der kleinste mögliche Wert von a ist dann

$$a_{\text{min}} = \frac{v_2 - v_0^2}{2\Delta x_{\text{max}}} = \frac{(360\,\text{km/h})^2}{2(1{,}80\,\text{km})} = 36\,000\,\text{km/h}^2$$

oder umgerechnet $2{,}78\,\text{m/s}^2$.

2.25 Die Annahme, dass die Beschleunigung konstant ist, erlaubt die Verwendung der Gleichungen aus Tab. 2.1. Wir lösen $v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$ mit $x_0 = 0$ und $x = 0{,}010\,\text{m}$ auf. Also gilt

$$a = \frac{v^2 - v_0^2}{2x} = \frac{(5{,}7 \cdot 10^5\,\text{m/s})^2 - (1{,}5 \cdot 10^5\,\text{m/s})^2}{2(0{,}01\,\text{m})} = 1{,}62 \cdot 10^{15}\,\text{m/s}^2\,.$$

2.26 Die benötigte Beschleunigung erhalten wir aus Gl. 2.11 (oder, richtig angewandt, Gl. 2.7):

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(1020\,\text{km/h})\left(\frac{1000\,\text{m/km}}{3600\,\text{s/h}}\right)}{1{,}4\,\text{s}} = 202{,}4\,\text{m/s}^2\,.$$

Dieses Ergebnis können wir auch als Vielfaches der Erdbeschleunigung $g = 9{,}8\,\text{m/s}^2$ ausdrücken:

$$a = \left(\frac{202{,}4\,\text{m/s}^2}{9{,}8\,\text{m/s}^2}\right) g = 21\,g\,.$$

2.27 Als positive Richtung wählen wir die Richtung der ursprünglichen Geschwindigkeit des Autos (wobei wir voraussetzen, dass $a < 0$ ist, da das Auto abgebremst wird). Wir nehmen an, dass die Beschleunigung konstant ist, und verwenden Tab. 2.1.

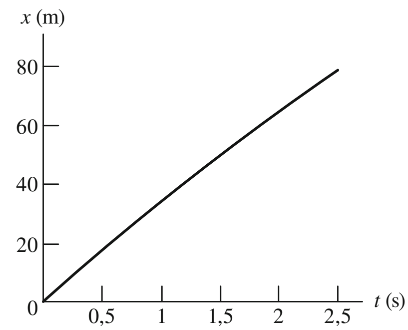
(a) Setzen wir $v_0 = 137\,\text{km/h} = 38{,}1\,\text{m/s}$, $v = 90\,\text{km/h} = 25\,\text{m/s}$ und $a = -5{,}2\,\text{m/s}^2$ in $v = v_0 + at$ ein, so erhalten wir

$$t = \frac{25\,\text{m/s} - 38\,\text{m/s}}{-5{,}2\,\text{m/s}^2} = 2{,}5\,\text{s}\,.$$

(b) Wir nehmen an, dass sich das Auto bei $x = 0$ befindet, wenn die Bremsen zum Zeitpunkt $t = 0$ betätigt werden. Also ist der Ort des Autos als Funktion der Zeit gegeben durch

$$x = (38)t + \frac{1}{2}(-5{,}2)t^2$$

(mit jeweils passenden SI-Einheiten). Der Graph dieser Funktion ist von $t = 0$ bis $t = 2{,}5$ s aufgetragen. Der Graph von $v(t)$ ist hier nicht wiedergegeben; er ist eine abfallende gerade Linie von v_0 bis v.



2.28 Aus der Abbildung entnehmen wir $x_0 = -2{,}0$ m. Aus Tab. 2.1 kennen wir die Beziehung

$$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

in die wir einmal $t = 1{,}0$ s und einmal $t = 2{,}0$ s einsetzen. So erhalten wir zwei Gleichungen für die beiden Unbekannten v_0 und a:

$$\begin{aligned} 0{,}0 - (-2{,}0\,\text{m}) &= v_0(1{,}0\,\text{s}) + \frac{1}{2}a(1{,}0\,\text{s})^2\,, \\ 6{,}0\,\text{m} - (-2{,}0\,\text{m}) &= v_0(2{,}0\,\text{s}) + \frac{1}{2}a(2{,}0\,\text{s})^2\,. \end{aligned}$$

Diese lösen wir auf und erhalten $v_0 = 0$ und $a = 4{,}0\,\text{m/s}^2$. Die Tatsache, dass wir ein positives Resultat erhalten, zeigt uns, dass der Vektor der Beschleunigung in die positive x-Richtung zeigt.

2.29 Die Aufgabenstellung weist darauf hin, dass a = konstant ist, weshalb wir Tab. 2.1 verwenden können.

(a) Wir setzen $x_0 = 0$, lösen $x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$ (Gl. 2.15) nach der Beschleunigung auf und bekommen $a = 2(x - v_0 t)/t^2$. Setzen wir $x = 24{,}0$ m, $v_0 = 56{,}0\,\text{km/h} = 15{,}55\,\text{m/s}$ und $t = 2{,}00$ s ein, so erhalten wir

$$a = \frac{2[24{,}0\,\text{m} - (15{,}55\,\text{m/s})\,(2{,}00\,\text{s})]}{(2{,}00\,\text{s})^2} = -3{,}56\,\text{m/s}^2\,.$$

Das negative Vorzeichen weist darauf hin, dass die Beschleunigung der Bewegung des Autos entgegengerichtet ist; das Auto bremst ab.

(b) Wir werten $v = v_0 + at$ folgendermaßen aus:

$$v = 15{,}55\,\text{m/s} - (3{,}56\,\text{m/s}^2)\,(2{,}00\,\text{s}) = 8{,}43\,\text{m/s}\,,$$

was gleichbedeutend mit 30,3 km/h ist.

2.30 Wir legen den Zeitpunkt $t = 0$ auf den Moment, in dem die Bremsen ausgelöst werden. Die Beschleunigung (Verzögerung) ist konstant, sodass wir Tab. 2.1 verwenden können. Wir verwenden gestrichene Variablen (wie z. B. $v'_0 = 72\,\text{km/h} = 20\,\text{m/s}$) für den einen Zug (der sich in die positive x-Richtung bewegt und zur Zeit $t = 0$ am Ursprung ist) und ungestrichene Variablen für den anderen (der sich in die negative x-Richtung bewegt und sich zur Zeit $t = 0$ am Ort $x_0 = +950\,\text{m}$ befindet). Wir halten fest, dass der Beschleunigungsvektor des ungestrichenen Zugs in die *positive* Richtung zeigt, obwohl der Zug abbremst. Seine anfängliche Geschwindigkeit ist $v_0 = -144\,\text{km/h} = -40\,\text{m/s}$. Da der gestrichene Zug eine geringere Anfangsgeschwindigkeit hat, würde er (wenn es nicht zur Kollision käme) früher als der andere Zug zum Stehen kommen. Nach Gl. 2.16 würde das an der Position

$$x' = \frac{(v')^2 - (v'_0)^2}{2a'} = \frac{0 - (20\,\text{m/s})^2}{-2\,\text{m/s}^2} = 200\,\text{m}$$

geschehen. Die Geschwindigkeit des zweiten Zuges ist an diesem Punkt

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2a\Delta x} = \sqrt{(-40\,\text{m/s})^2 + 2(1{,}0\,\text{m/s}^2)(200\,\text{m} - 950\,\text{m})} = 10\,\text{m/s}\,,$$

wozu wir wiederum Gl. 2.16 verwendet haben. Präziser gesagt wäre seine Geschwindigkeit an diesem Punkt $-10\,\text{m/s}$, da er sich im Moment der Kollision immer noch in die negative x-Richtung bewegen würde. Wenn die Berechnung von v fehlgeschlagen wäre (was bedeuten würde, dass wir unter der Wurzel einen negativen Wert erhalten hätten), hätten wir die Möglichkeit untersuchen müssen, dass es nicht zur Kollision gekommen wäre und hätten stattdessen berechnen können, in welcher Entfernung voneinander die Züge zum Stehen gekommen wären. Man könnte sich nun noch die Frage stellen, ob der ungestrichene Zug möglicherweise kollidiert, bevor er zum Stehen kommt. Um das zu prüfen, können wir berechnen, zu welcher Zeit er zum Stehen kommt (Gl. 2.11 liefert hierfür $t = 20\,\text{s}$), und anschließend kontrollieren, an welcher Stelle sich der andere Zug zu diesem Zeitpunkt befindet (Gl. 2.18 liefert $x = 350\,\text{m}$, noch ein gutes Stück von der Stelle der Kollision entfernt).

2.31 Die Beschleunigung ist konstant und wir können die Gleichungen aus Tab. 2.1 verwenden.

(a) Wir legen den Koordinatenursprung in den ersten Punkt und setzen die Zeit, zu der sich das Auto dort befindet, als $t = 0$; dann wenden wir Gl. 2.17 (alles natürlich mit SI-Einheiten) an:

$$x = \frac{1}{2}(v + v_0)t = \frac{1}{2}(15 + v_0)(6)\,.$$

Mit $x = 60{,}0\,\text{m}$ (wodurch die Bewegungsrichtung als $+x$-Richtung festgelegt wird) lösen wir nach der Anfangsgeschwindigkeit auf: $v_0 = 5{,}00\,\text{m/s}$.

(b) Setzen wir $v = 15\,\text{m/s}$, $v_0 = 5\,\text{m/s}$ und $t = 6\,\text{s}$ in $a = (v - v_0)/t$ (Gl. 2.11) ein, erhalten wir $a = 1{,}67\,\text{m/s}^2$.

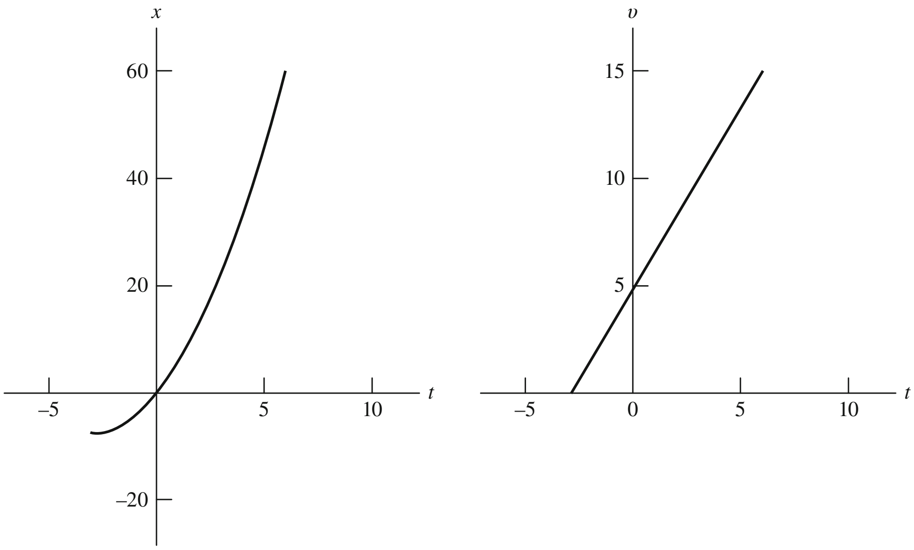
(c) Setzen wir $v = 0$ in $v^2 = v_0^2 + 2ax$ und lösen wir nach x auf, erhalten wir

$$x = -\frac{v_0^2}{2a} = -\frac{5^2}{2(1{,}67)} = -7{,}50\,\text{m}\,.$$

(d) Für die Graphen müssen wir die Zeit berechnen, wenn $v = 0$ ist, wofür wir $v = v_0 + at' = 0$ verwenden:

$$t' = \frac{-v_0}{a} = \frac{-5}{1{,}67} = -3{,}0\,\text{s}$$

gibt den Zeitpunkt an, zu welchem das Auto hielt.



2.32 Wir bezeichnen die benötigte Zeit mit t und nehmen an, dass das Licht grün wird, wenn die Uhr null zeigt. Zu diesem Zeitpunkt müssen die von den beiden Fahrzeugen zurückgelegten Entfernungen gleich groß sein.

(a) Wenn wir die Beschleunigung des Autos mit a bezeichnen und die (konstante) Geschwindigkeit des Lastwagens mit v, dann gilt

$$\Delta x = \left(\frac{1}{2}at^2\right)_{\text{Auto}} = (vt)_{\text{LKW}}$$

und somit

$$t = \frac{2v}{a} = \frac{2(9{,}5\,\text{m/s})}{2{,}2\,\text{m/s}^2} = 8{,}6\,\text{s}\,.$$

Folglich ist

$$\Delta x = vt = (9{,}5\,\text{m/s})\,(8{,}6\,\text{s}) = 82\,\text{m}\,.$$

(b) Die Geschwindigkeit des Autos ist in diesem Moment

$$v_{\text{Auto}} = at = (2{,}2\,\text{m/s}^2)\,(8{,}6\,\text{s}) = 19\,\text{m/s}\,.$$

2.33 Wir bezeichnen die Reaktionszeit mit t_r und die Bremszeit mit t_b. Bei der Bewegung während t_r handelt es sich um eine Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit (nennen wir sie v_0). Dann ist der Ort des Autos gegeben durch

$$x = v_0 t_\text{r} + v_0 t_\text{b} + \frac{1}{2}at_\text{b}^2\,,$$

wobei v_0 die Anfangsgeschwindigkeit und a die Beschleunigung ist (von der wir erwarten, dass sie negativ ist, da wir die Geschwindigkeit in die positive Richtung legen und da wir wissen, dass das Auto abbremst). *Nachdem* die Bremsen betätigt wurden, ist die Geschwindigkeit des Autos gegeben durch $v = v_0 + at_\text{b}$. Wir verwenden diese Gleichung mit $v = 0$, eliminieren t_b aus der ersten Gleichung und erhalten

$$x = v_0 t_\text{r} - \frac{v_0^2}{a} + \frac{1}{2}\frac{v_0^2}{a} = v_0 t_\text{r} - \frac{1}{2}\frac{v_0^2}{a}\,.$$

Wir schreiben diese Gleichung für jede der Anfangsgeschwindigkeiten:

$$x_1 = v_{01} t_\text{r} - \frac{1}{2}\frac{v_{01}^2}{a}$$

und

$$x_2 = v_{02} t_\text{r} - \frac{1}{2}\frac{v_{02}^2}{a}\,.$$

Wenn wir diese Gleichungen gleichzeitig nach t_r und a auflösen, erhalten wir

$$t_r = \frac{v_{02}^2 x_1 - v_{01}^2 x_2}{v_{01} v_{02}(v_{02} - v_{01})}$$

und

$$a = -\frac{1}{2} \frac{v_{02} v_{01}^2 - v_{01} v_{02}^2}{v_{02} x_1 - v_{01} x_2} \,.$$

Setzen wir $x_1 = 56{,}7\,\mathrm{m}$, $v_{01} = 80{,}5\,\mathrm{km/h} = 22{,}4\,\mathrm{m/s}$, $x_2 = 24{,}4\,\mathrm{m}$ und $v_{02} = 48{,}3\,\mathrm{km/h} = 13{,}4\,\mathrm{m/s}$ ein, erhalten wir

$$t_r = \frac{13{,}4^2(56{,}7) - 22{,}4^2(24{,}4)}{(22{,}4)\,(13{,}4)\,(13{,}4 - 22{,}4)} = 0{,}74\,\mathrm{s}$$

und

$$a = -\frac{1}{2} \frac{(13{,}4)22{,}4^2 - (22{,}4)13{,}4^2}{(13{,}4)\,(56{,}7) - (22{,}4)\,(24{,}4)} = -6{,}2\,\mathrm{m/s^2} \,.$$

Der *Betrag* der Beschleunigung ist daher $6{,}2\,\mathrm{m/s^2}$. Obwohl in den obigen Ersetzungen gerundete Werte angezeigt werden, sind die Werte, die wir in unsere Berechnungen eingesetzt haben, die „exakten“ Werte (wie $v_{02} = \frac{161}{12}\,\mathrm{m/s}$).

2.34 Bei der Lösung dieser Aufgabe warten wir bis zum Schluss, bevor wir die Ergebnisse in SI-Einheiten umrechnen. Da eine konstante Beschleunigung vorliegt, können wir die Gleichungen aus Tab. 2.1 verwenden. Wir beginnen mit Gl. 2.17 und bezeichnen die Anfangsgeschwindigkeit des Zugs mit v_Z und die Geschwindigkeit der Lokomotive mit v_L (das ist auch die Endgeschwindigkeit des Zuges, sofern die Kollision gerade noch vermieden werden kann). Die Entfernung Δx setzt sich aus dem anfänglichen Abstand D zwischen beiden und der während des Bremsmanövers von der Lokomotive zurückgelegten Entfernung $v_L t$ zusammen. Folglich gilt

$$\frac{v_Z + v_L}{2} = \frac{\Delta x}{t} = \frac{D + v_L t}{t} = \frac{D}{t} + v_L \,.$$

Nun verwenden wir Gl. 2.11, um aus dieser Beziehung die Zeit zu eliminieren. So erhalten wir

$$\frac{v_Z + v_L}{2} = \frac{D}{(v_L - v_Z)/a} + v_L$$

und daraus

$$a = \left(\frac{v_Z + v_L}{2} - v_L\right)\left(\frac{v_L - v_Z}{D}\right) = -\frac{1}{2D}(v_L - v_Z)^2 \,.$$

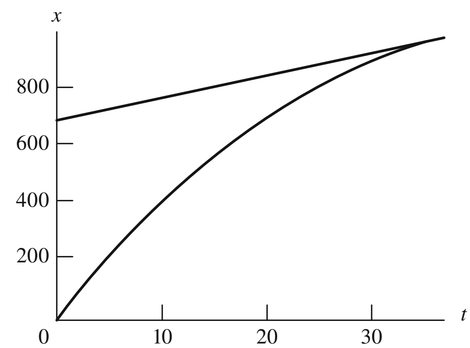
Somit folgt

$$a = -\frac{1}{2(0{,}676\,\mathrm{km})}\left(29\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} - 161\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}\right)^2 = -12\,888\,\mathrm{km/h^2}$$

oder

$$a = (-12\,888\,\mathrm{km/h^2})\left(\frac{1000\,\mathrm{m}}{1\,\mathrm{km}}\right)\left(\frac{1\,\mathrm{h}}{3600\,\mathrm{s}}\right)^2 = -0{,}994\,\mathrm{m/s^2} \,.$$

Der erforderliche *Betrag* der Beschleunigung ist also $|a| = 0{,}994\,\mathrm{m/s^2}$. Die Grafik zeigt den Graphen von $x(t)$ für den Fall einer gerade noch vermiedenen Kollision (x in m auf der vertikalen Achse, t in s auf der horizontalen Achse). Die obere (gerade) Linie zeigt die Bewegung der Lokomotive, die untere Kurve die Bewegung des Zugs.



Der alternative Fall (in dem die Kollision nicht vermieden wird) sieht ähnlich aus, nur dass die Steigung der unteren Kurve an dem Punkt, an dem sich beide Linien treffen, größer als die der oberen geraden Linie wäre.

2.35 Wir nehmen an, dass für die Zeitintervalle der Beschleunigung (Dauer t_1) bzw. Verzögerung (Dauer t_2) jeweils eine konstante Beschleunigung a gilt, sodass wir Tab. 2.1 verwenden können. Wenn wir die Bewegungsrichtung als $+x$-Richtung wählen, ist $a_1 = +1{,}22\,\mathrm{m/s^2}$ und $a_2 = -1{,}22\,\mathrm{m/s^2}$. Wir verwenden SI-Einheiten; die Geschwindigkeit zur Zeit $t = t_1$ ist daher $v = 305/60 = 5{,}08\,\mathrm{m/s}$.

(a) Wir bezeichnen die im Zeitintervall t_1 zurückgelegte Entfernung als Δx und verwenden Gl. 2.16:

$$v^2 = v_0^2 + 2a_1\Delta x \quad \Rightarrow \quad \Delta x = \frac{(5{,}08\,\mathrm{m/s})^2}{2(1{,}22\,\mathrm{m/s^2})} = 10{,}59\,\mathrm{m} \approx 10{,}6\,\mathrm{m}\,.$$

(b) Mithilfe von Gl. 2.11 erhalten wir

$$t_1 = \frac{v - v_0}{a_1} = \frac{5{,}08\,\mathrm{m/s}}{1{,}22\,\mathrm{m/s^2}} = 4{,}17\,\mathrm{s}\,.$$

Die Zeit t_2 für die Verzögerung erweist sich als gleich groß, sodass $t_1 + t_2 = 8{,}33\,\mathrm{s}$ ist. Auch die während t_1 bzw. t_2 zurückgelegten Entfernungen sind gleich, sodass ihre Summe $2(10{,}59\,\mathrm{m}) = 21{,}18\,\mathrm{m}$ beträgt. Mit anderen Worten, der Aufzug legt eine Entfernung von $190\,\mathrm{m} - 21{,}18\,\mathrm{m} = 168{,}82\,\mathrm{m}$ mit konstanter Geschwindigkeit zurück. Dafür benötigt er

$$t_3 = \frac{168{,}82\,\mathrm{m}}{5{,}08\,\mathrm{m/s}} = 33{,}21\,\mathrm{s}\,.$$

Die Gesamtzeit für die Fahrt ist folglich $8{,}33\,\mathrm{s} + 33{,}21\,\mathrm{s} \approx 41{,}5\,\mathrm{s}$.

2.36 Wir vernachlässigen den Luftwiderstand, was rechtfertigt, dass wir für die Dauer des Falls $a = -g = -9{,}8\,\mathrm{m/s^2}$ ansetzen (womit wir gleichzeitig *abwärts* als die $-y$-Richtung festsetzen). Dies ist eine Bewegung mit konstanter Beschleunigung, was die Verwendung von Tab. 2.1 (mit Δy statt Δx) rechtfertigt.

(a) Wir verwenden Gl. 2.16 und nehmen die negative Wurzel (weil die Endgeschwindigkeit nach unten zeigt); damit folgt

$$v = -\sqrt{v_0^2 - 2g\Delta y} = -\sqrt{0 - 2(9{,}8\,\mathrm{m/s^2})\,(-1700\,\mathrm{m})} = -183\,\mathrm{m/s}\,.$$

Der Betrag der Geschwindigkeit ist also $183\,\mathrm{m/s}$.

(b) Nein, aber ohne genauere Analyse ist das schwierig zu begründen. Die Masse eines Regentropfens beträgt sicherlich ein Gramm oder weniger, sodass sowohl seine Masse als auch – gemäß Teil (a) – seine Geschwindigkeit auf jeden Fall kleiner als die einer typischen Kugel sind, was zweifellos eine gute Nachricht ist. Allerdings haben wir es im Ernstfall immer mit *vielen* Regentropfen zu tun, was zu dem Schluss führen könnte, dass doch ein gewisses Risiko besteht. Zum Glück bessert sich die Situation entscheidend, wenn wir den Luftwiderstand berücksichtigen, der die Endgeschwindigkeit der Tropfen auf ein verträgliches Maß beschränkt – was sich ja auch mit unserer Erfahrung deckt.

2.37 Wir vernachlässigen den Luftwiderstand, was rechtfertigt, dass wir für die Dauer des Falls $a = -g = -9{,}8\,\mathrm{m/s^2}$ ansetzen (womit wir gleichzeitig *abwärts* als die $-y$-Richtung festsetzen). Dies ist eine Bewegung mit konstanter Beschleunigung, was die Verwendung von Tab. 2.1 (mit Δy statt Δx) rechtfertigt.

(a) Starten wir die Uhr in dem Augenblick, in dem der Schraubenschlüssel fallen gelassen wird ($v_0 = 0$), dann führt $v^2 = v_0^2 - 2g\Delta y$ zu

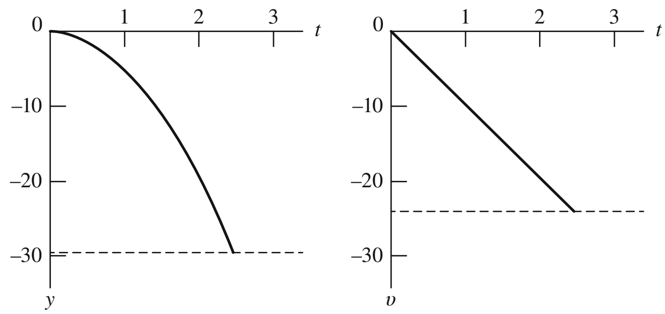
$$\Delta y = -\frac{(-24\,\mathrm{m/s})^2}{2(9{,}8\,\mathrm{m/s^2})} = -29{,}4\,\mathrm{m}\,,$$

sodass er eine Höhe von $29{,}4\,\mathrm{m}$ fällt.

(b) Lösen wir $v = v_0 - gt$ nach der Zeit auf, erhalten wir

$$t = \frac{v_0 - v}{g} = \frac{0 - (-24\,\mathrm{m/s})}{9{,}8\,\mathrm{m/s^2}} = 2{,}45\,\mathrm{s}\,.$$

(c) In den Graphen wurden SI-Einheiten verwendet, und die Anfangsposition wurde in den Koordinatenursprung gelegt. Der (nicht gezeigte) Graph der Beschleunigung ist eine horizontale Linie bei $-9{,}8\,\mathrm{m/s^2}$.



2.38 Wir vernachlässigen den Luftwiderstand, was rechtfertigt, dass wir für die Dauer des Falls $a = -g = -9{,}8\,\text{m/s}^2$ ansetzen (womit wir gleichzeitig *abwärts* als die $-y$-Richtung festsetzen). Dies ist eine Bewegung mit konstanter Beschleunigung, was die Verwendung von Tab. 2.1 (mit Δy statt Δx) rechtfertigt.

(a) Es gilt $\Delta y = y - y_0 = -30\,\text{m}$. Wir verwenden Gl. 2.15 und die „Mitternachtsformel" für die Lösung quadratischer Gleichungen aus Anhang D, um t zu berechnen:

$$\Delta y = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \quad \Rightarrow \quad t = \frac{v_0 \pm \sqrt{v_0^2 - 2g\Delta y}}{g} \,.$$

Dies führt (mit $v_0 = -12\,\text{m/s}$, weil die Bewegung nach unten erfolgt) unter Verwendung der positiven Wurzel (damit $t > 0$ wird) zu dem Ergebnis

$$t = \frac{-12\,\text{m/s} + \sqrt{(-12\,\text{m/s})^2 - 2(9{,}8\,\text{m/s}^2)\,(-30\,\text{m})}}{9{,}8\,\text{m/s}^2} = 1{,}54\,\text{s} \,.$$

(b) Wir haben jetzt so viele Informationen, dass wir eine beliebige Gleichung aus Tab. 2.1 verwenden können, um v zu bestimmen; die einzige Gleichung, die unser Ergebnis aus Teil (a) *nicht* benutzt, ist jedoch Gl. 2.16:

$$v = \sqrt{v_0^2 - 2g\Delta y} = 27{,}1\,\text{m/s} \,.$$

Wir haben hier wieder die positive Wurzel gewählt, damit wir den Betrag der Geschwindigkeit erhalten.

2.39 Wir vernachlässigen den Luftwiderstand für die Dauer der Bewegung (zwischen „Start" und „Landung"), also ist $a = -g = -9{,}8\,\text{m/s}^2$ („abwärts" legen wir in die $-y$-Richtung). Wir verwenden die Gleichungen aus Tab. 2.1 (mit Δy statt Δx), weil es sich um eine Bewegung mit $a = \text{const.}$ handelt.

(a) Am höchsten Punkt verschwindet die Geschwindigkeit des Balls. Wir setzen $y_0 = 0$, setzen $v = 0$ in $v^2 = v_0^2 - 2gy$ ein und lösen nach der Anfangsgeschwindigkeit auf: $v_0 = \sqrt{2gy}$. Wegen $y = 50\,\text{m}$ erhalten wir $v_0 = 31\,\text{m/s}$.

(b) Er befindet sich vom Zeitpunkt, in dem er den Boden verlässt, bis zu der Zeit, da er auf den Boden zurückkehrt ($y = 0$), in der Luft. Indem wir Gl. 2.15 auf die gesamte Bewegung (den Aufstieg und den Fall mit einer Gesamtzeit $t > 0$) anwenden, erhalten wir

$$y = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \quad \Rightarrow \quad t = \frac{2v_0}{g} \,,$$

was unter Verwendung unseres Ergebnisses in Teil (a) auf $t = 6{,}4\,\text{s}$ führt. Man kann dies auch erhalten, ohne das Ergebnis aus Teil (a) zu verwenden, indem man die Zeit nur für den Anstieg (vom Boden zum höchsten Punkt) aus Gl. 2.16 berechnet und sie dann verdoppelt.