

Dieter Arnold
Kai Furmans

Materialfluss in Logistiksystemen

7. Auflage

Materialfluss in Logistiksystemen

Dieter Arnold · Kai Furmans

Materialfluss in Logistiksystemen

7. Auflage

Dieter Arnold
St. Georgen, Deutschland

Kai Furmans
Karlsruher Institut für Technologie (KIT)
Institut für Fördertechnik und Logistiksysteme
(IFL)
Karlsruhe, Deutschland

ISBN 978-3-662-60387-1 ISBN 978-3-662-60388-8 (eBook)
<https://doi.org/10.1007/978-3-662-60388-8>

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Springer Vieweg

© Springer-Verlag GmbH Deutschland, ein Teil von Springer Nature 2002, 2005, 2007, 2009, 2019

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von allgemein beschreibenden Bezeichnungen, Marken, Unternehmensnamen etc. in diesem Werk bedeutet nicht, dass diese frei durch jedermann benutzt werden dürfen. Die Berechtigung zur Benutzung unterliegt, auch ohne gesonderten Hinweis hierzu, den Regeln des Markenrechts. Die Rechte des jeweiligen Zeicheninhabers sind zu beachten.

Der Verlag, die Autoren und die Herausgeber gehen davon aus, dass die Angaben und Informationen in diesem Werk zum Zeitpunkt der Veröffentlichung vollständig und korrekt sind. Weder der Verlag, noch die Autoren oder die Herausgeber übernehmen, ausdrücklich oder implizit, Gewähr für den Inhalt des Werkes, etwaige Fehler oder Äußerungen. Der Verlag bleibt im Hinblick auf geografische Zuordnungen und Gebietsbezeichnungen in veröffentlichten Karten und Institutionsadressen neutral.

Springer Vieweg ist ein Imprint der eingetragenen Gesellschaft Springer-Verlag GmbH, DE und ist ein Teil von Springer Nature.

Die Anschrift der Gesellschaft ist: Heidelberger Platz 3, 14197 Berlin, Germany

Vorwort

Vorwort zur 7. Auflage

Wie in seinen früheren Auflagen bleibt das Buch, auch mit der im Detail überarbeiteten siebten Auflage, dem Grundsatz einer Beschränkung auf das Wesentliche der Materialflussprozesse treu. Wir haben bewusst der Versuchung widerstanden, den fachlichen Inhalt um aktuelle technische Neuerungen zu ergänzen, wenn deren mathematische Beschreibung und Analyse, mithilfe der im Buch vorhandenen Grundlagen, dem Leser selbsttätig möglich ist.

Weil uns die Behandlung von doppeltiefen Lagern und Shuttle-Systemen sinnvoll und notwendig erschien, wurde Kapitel 5 entsprechend ergänzt. Für den Beitrag zu den doppeltiefen Lagern danken wir Frau Dr.-Ing. Fleischer-Dörr.

Dass die Zahl der Fehler reduziert werden konnte, haben wir vielen aufmerksamen Lesern zu verdanken, u.a. den Studierenden und den Mitarbeitern des IFL sowie lehrenden Kolleginnen und Kollegen. Allen danken wir ganz herzlich. Für die sorgfältige Durchsicht und Bearbeitung der Neuauflage und die Umstellung auf neuere Softwareversionen bedanken wir uns bei Herrn Benedikt Fuß sehr.

Der Springer-Verlag, vertreten durch Herrn Lehnert und sein Team, begleitet dieses Buch schon seit vielen Jahren wohlwollend und effizient, wofür wir stets dankbar sind.

Karlsruhe, im Juli 2019

D. Arnold

K. Furmans

Vorwort zur 1. Auflage

Freunde aus der Zeit meiner Industrietätigkeit, Studenten und Mitarbeiter haben mich ermuntert, dieses Buch zu schreiben. Darin ist das *Basiswissen* zusammengefasst, das man im Studium zum besseren Verständnis der Materialflussprozesse benötigt. Dem in der Praxis tätigen Ingenieur soll damit eine Hilfe beim Lösen von Materialflussproblemen geboten werden.

Der Titel *Materialflusslehre* wurde aus einer meiner Vorlesungen übernommen, die ich seit 1987 an der Universität Karlsruhe für Studenten des Maschinenbaus, der Produktionstechnik und des Wirtschaftsingenieurwesens halte. Die Materialflusslehre hat zum Ziel, für stark vernetzte, vielgestaltige Materialflusssysteme einfache Modelle anzubieten, die geeignet sind, das reale Systemverhalten mit ausreichender Genauigkeit abzubilden, zu analysieren und zu bewerten. Gleichzeitig will sie zum selbständigen Entwickeln solcher Modelle hinführen. Die Beschäftigung mit den technischen Ausführungen der Materialflusssysteme, also die eigentliche Materialflusstechnik, muß dazu nicht im Detail behandelt werden – und würde in dem Buch auch keinen Platz mehr finden. Aus eigener langjähriger Erfahrung im förderotechnischen Anlagenbau weiß ich jedoch sehr gut, dass bei entsprechender Industrietätigkeit der Anfänger wie von selbst das Wissen um technische Details aufnimmt, während Defizite im Basiswissen nur mit großer Anstrengung auszugleichen sind.

Der Versuch, den Leser auf dem kürzesten Weg zum Wesentlichen hinzuführen, bedingt gelegentlich eine Abkehr vom traditionellen, hierarchischen Aufbau eines Lehrbuches, so z. B. in den Kapiteln 3.5 (Verteilungen) und 6.6 (Simulation), wenn Anwendungsbeispiele der Theorie vorangestellt sind. Mit den am Ende eines jeden Hauptkapitels gegebenen Literaturempfehlungen werden Quellen zur Verbreiterung und zur Vertiefung des Wissens genannt. Bei der Auswahl galt der Grundsatz: so viel wie nötig, so wenig wie möglich!

Den meisten meiner derzeitigen und einigen meiner früheren wissenschaftlichen Mitarbeiter habe ich zu danken für Anregungen und konstruktive Kritik. Allen voran Herrn Dr.-Ing. Kai Furmans, der mir in vielen interessanten Diskussionen Aufmerksamkeit und Zeit geschenkt hat. Von ihm stammen zahlreiche substantielle Verbesserungen und Ergänzungen. Herr Dipl. Wirtsch.-Ing. Bernd Rall hat meine teils chaotischen Textvorgaben mit bewunderungswerter Ausdauer in einen wohlgeordneten LATEX-Text umgewandelt und dabei viele Verbesserungen des Inhalts und der Form vorgenommen. Herr Dipl.-Ing. Ulrich Naudascher gab mir bei der Ausarbeitung des siebten Kapitels wichtige Impulse. Die Bilder wurden von Herrn Tobias Biedenkopf gezeichnet. Herzlichen Dank Ihnen und allen andern, hier nicht namentlich

genannten, die zum Entstehen des Buches beigetragen haben. Nachdem Herr Schmitt vom Vieweg-Verlag in freundlichem Entgegenkommen nun lange genug gewartet hat, wird die Arbeit als beendet erklärt – keineswegs vollkommen und gewiss verbesserungsfähig. Für Fachleute ist das allerdings keine neue Erfahrung, denn:

... So eine Arbeit wird eigentlich nie fertig,
man muss sie für fertig erklären,
wenn man nach Zeit und Umständen das Möglichste getan hat.

Goethe (Italienische Reise, 16.3.1787)

Karlsruhe, im Mai 1995

D. Arnold

Inhaltsverzeichnis

1. Einführung und Überblick	1
1.1 Der Materialfluss in Produktion und Vertrieb	1
1.2 Aufgaben der Materialflusslehre	1
1.3 Typisches Beispiel eines Materialflusssystems.....	4
2. Grundelemente der Materialflusssysteme	11
2.1 Förderstrecken	11
2.1.1 Durchsatz	11
2.1.2 Grenzdurchsatz, Auslastungsgrad	13
2.1.3 Taktzeit	14
2.1.4 Zwischenankunftszeit	14
2.1.5 Erwartungswert stetig verteilter Zwischenankunftszeiten	17
2.1.6 Praktische Ermittlung des Erwartungswerts.....	17
2.1.7 Streuung der Zwischenankunftszeiten	20
2.2 Verzweigungen	22
2.2.1 Teilstetige Verzweigungen für zwei Richtungen	23
2.2.2 Teilstetige Verzweigungen für beliebig viele Richtungen	25
2.2.3 Unstetige Verzweigungen für zwei und mehr Richtungen	26
2.2.4 Partieller Grenzdurchsatz der stetigen und der unste-	
tigen Richtungen	26
2.2.5 Stetige Verzweigungen für zwei Richtungen	28
2.2.6 Stetige Verzweigungen für beliebig viele Richtungen...	33
2.3 Zusammenführungen	34
2.3.1 Abfertigungsregeln für die Zusammenführungen	35
2.3.2 Die Zeitlücken im Hauptstrom	36
2.3.3 Durchsatzbedingungen der Zusammenführungen mit	
absoluter Vorfahrt	38
2.4 Universelles Materialflusselement	43
2.5 Literaturempfehlungen zu Kapitel 2.....	47
3. Abbildung von Materialflusssystemen in Modellen	49
3.1 Modellarten	49
3.2 Flussdiagramme, Groblayout	51
3.3 Graphen	53

3.3.1	Struktur	53
3.3.2	Pfeil- und Knotenbewertung	55
3.4	Materialflussmatrizen	55
3.4.1	Adjazenzmatrix	55
3.4.2	Bewertungsmatrix	56
3.4.3	„Kürzeste-Wege“-Matrix	57
3.4.4	Belastungsmatrix	67
3.4.5	Transportmatrix	70
3.4.6	Leerfahrtenmatrix	72
3.4.7	Benutzung der Matrizen zur Bestimmung der Fördermittelanzahl	80
3.5	Verteilungen zur Beschreibung des dynamischen Verhaltens von Materialflussprozessen	83
3.5.1	Diskrete Verteilungen	84
3.5.2	Stetige Verteilungen	90
3.5.3	Stetige Gleichverteilung	90
3.5.4	Exponentialverteilung	92
3.5.5	Erlangverteilung	93
3.5.6	Normalverteilung	95
3.6	Statistische Schätz- und Prüfmethode zur Beurteilung des stochastischen Verhaltens von Materialflussprozessen	96
3.6.1	Punktschätzung	96
3.6.2	Bereichsschätzung	97
3.6.3	Vertrauensbereich der Varianz	103
3.6.4	Testen von Hypothesen	103
3.7	Literaturempfehlungen zu Kapitel 3	111
4.	Warten und Bedienen im Materialfluss	113
4.1	Wartesystem-Modelle	114
4.2	Das $M M 1$ -Modell	118
4.3	Das $D D 1$ -Modell	125
4.4	Das $M D 1$ -Modell	126
4.5	Das $M E_k 1$ -Modell	127
4.6	Das $M G 1$ -Modell	128
4.7	Das $G G 1$ -Modell	130
4.8	Das $M M m$ -Modell	132
4.9	Geschlossene Systeme am Beispiel des $M M 1 \infty K$ -Systems	134
4.10	Vernetzte Wartesysteme	136
4.10.1	Berechnung von Kennwerten für offene Netzwerke mit Exponentialverteilungen	138
4.10.2	Berechnung von Kennwerten für geschlossene Netzwerke mit exponentialverteilten Bedienzeiten	141
4.10.3	Die Mittelwertanalyse	143
4.11	Beispiel zur Anwendung von elementaren Wartesystemen	147
4.12	Zeitdiskrete Modelle von Materialflusselementen	150

4.13	Exkurs: Zufällige Irrfahrt und Leiterhöhenverteilung	159
4.14	Zeitdiskrete G G 1-Wartesysteme als zufällige Irrfahrt	160
4.14.1	Berechnung der Warte- und Brachzeitverteilung	162
4.14.2	Bestimmung der Zwischenabgangszeit	166
4.14.3	Bestimmung der Verweilzeit einer Fördereinheit	170
4.14.4	Bestimmung der Verteilung der Zahl von Fördereinheiten im System im Ankunftsmoment	171
4.15	Literaturempfehlungen zu Kapitel 4	173
5.	Lagern und Kommissionieren	175
5.1	Lagerbestand	175
5.2	Lagerkapazität und Füllungsgrad	178
5.3	Lagerdimensionierung	181
5.3.1	Normalverteilte Artikelbestände	182
5.3.2	Beliebig verteilte Artikelbestände	184
5.4	Lagerbauarten	191
5.4.1	Automatisches Hochregallager mit Regalbediengerät . .	194
5.4.2	Automatisches Hochregallager mit Shuttle-Fahrzeugen	199
5.5	Zugriffszeit	200
5.6	Arbeitsspiele: Einzel- und Mehrfachspiel	201
5.7	Spielzeiten von Regalbediengeräten bei einfachtiefer Lagerung	202
5.7.1	Fahrbewegungen des Regalbediengeräts	202
5.7.2	Mittlere Einzelspielzeit	205
5.7.3	Mittlere Doppelspielzeit	211
5.7.4	Mittlere Vierfachspielzeit	214
5.7.5	Mittlere Spielzeiten in Abhängigkeit von der Lage des Übergabeplatzes	215
5.8	Spielzeiten von Regalbediengeräten bei doppeltiefer Lagerung	216
5.8.1	Belegungszustände	216
5.8.2	Umlagerwahrscheinlichkeit	218
5.8.3	Mittlere Umlagerspielzeit	219
5.8.4	Mittlere Spielzeit des Lastaufnahmemittels	220
5.8.5	Mittlere Doppelspielzeit	221
5.8.6	Mittlere Vierfachspielzeit	221
5.9	Spielzeiten von Shuttle-Systemen	224
5.9.1	Einzelspielzeit eines Shuttle-Fahrzeugs in der Gasse . .	224
5.9.2	Doppelspielzeit eines Shuttle-Fahrzeugs in der Gasse . .	225
5.9.3	Spielzeiten eines Hebers	226
5.9.4	Spielzeiten bei Benutzung eines Fahrzeuglifts	227
5.10	Kommissionieren	229
5.10.1	Drei Grundkonzepte für Kommissioniersysteme	229
5.10.2	Die Kommissionierzeit	232
5.11	Literaturempfehlungen zu Kapitel 5	239

6. Sortieren	241
6.1 Der Materialfluss des Sortierprozesses	241
6.2 Sortieren in Logistikprozessen	242
6.3 Grenzdurchsatz, betrieblicher Durchsatz	243
6.4 Literaturempfehlungen zu Kapitel 6	247
7. Planung von Materialflusssystemen	249
7.1 Aufnahme des Ist-Zustands	250
7.1.1 Parameter der Ist-Aufnahme	251
7.1.2 Ablaufstudien	259
7.1.3 Belastungsstudien	261
7.1.4 Kostenstudien	268
7.1.5 Darstellung des Ist-Zustands	268
7.1.6 Wertstromanalyse	276
7.2 Planungsstufen	286
7.2.1 Grobplanung	288
7.2.2 Idealplanung	291
7.2.3 Realplanung	291
7.2.4 Detailplanung	292
7.3 Beurteilung von Planungsvarianten	292
7.3.1 Nutzwertanalysen	293
7.3.2 Wirtschaftlichkeitsanalysen	301
7.3.3 Risikoanalysen	304
7.4 Layoutplanung	307
7.4.1 Das Optimierungsproblem	307
7.4.2 Das Dreieck-Verfahren	309
7.4.3 Rechnergestützte Layoutplanungsverfahren	312
7.4.4 Ein vektorbasiertes Layoutplanungsverfahren	315
7.5 Verfügbarkeit	320
7.5.1 Definition und Bestimmungsgrößen der Verfügbarkeit .	320
7.5.2 Verbesserung der Verfügbarkeit von Systemen durch die Anordnung ihrer Elemente	324
7.5.3 Die Problematik des Nachweises der Verfügbarkeit ...	326
7.6 Simulation	328
7.6.1 Simulation der Arbeitsweise eines Regalbediengeräts im Hochregallager	329
7.6.2 Simulation eines Warteprozesses	332
7.6.3 Simulation vernetzter Materialflusssysteme in der Pla- nungsphase	335
7.6.4 Charakteristische Arbeitsphasen und typische Proble- me bei der Durchführung einer Simulation	337
7.6.5 Analyse der Simulationsergebnisse	342
7.7 Literaturempfehlungen zu Kapitel 7	347

8. Informationsflüsse in Logistiksystemen	349
8.1 Informations-Prozessketten, Kommunikationsnetze	349
8.2 Kommunikationsmodell	350
8.3 Informationsmanagement	353
8.4 Identifikationssysteme	355
8.5 Strichcode-Datenträger	359
8.5.1 Codearten und Codekennzeichen	359
8.5.2 Lesegeräte für Strichcode-Datenträger	365
8.6 Identifikationssysteme mit zweidimensionalen Datenträgern . .	374
8.6.1 Allgemeines	374
8.6.2 Dotcode	375
8.6.3 Dotcode 1	377
8.6.4 USD-5	378
8.7 Identifikationssysteme mit elektronischen Datenträgern	378
8.7.1 Historie	379
8.7.2 Festcodierte Datenträger	380
8.7.3 Programmierbare Datenträger	381
8.7.4 Lese-Programmiereinheit	383
8.7.5 Auswerteeinheit	387
8.7.6 Einsatz- und Auswahlkriterien	387
8.8 Sprachverarbeitende Systeme im Informationsfluss	391
8.8.1 Klassifizierung der sprachverarbeitenden Systeme	392
8.8.2 Einzelworterkennung	395
8.8.3 Spracherkennung in Materialfluss-Prozessen	399
8.9 Identifikationssysteme in der Materialflussteuerung	400
8.9.1 Zentrale Materialflussteuerung	401
8.9.2 Dezentrale Materialflussteuerung	402
8.9.3 Selbststeuernde Systeme	403
8.10 Literaturempfehlungen zu Kapitel 8	404
Literaturverzeichnis	407
Sachverzeichnis	415



1. Einführung und Überblick

1.1 Der Materialfluss in Produktion und Vertrieb

Die einzelnen Schritte der Produktion und des Vertriebs von Konsum- und Investitionsgütern sind in einer *Vorgangsfolge* nach technischen und organisatorischen Regeln miteinander verbunden. Alle wesentlichen *technischen Vorgänge* lassen sich unter folgenden Oberbegriffen einordnen: *Bearbeiten, Montieren, Prüfen, Handhaben, Fördern (Transportieren), Lagern (Speichern, Puffern), Sammeln, Verteilen, Sortieren, Verpacken*. Unter vereinfachenden Annahmen bildet eine solche Vorgangsfolge einen Produktions- oder Logistikprozess im Gesamten oder in Teilen quasi als Fließprozess ab. So können z.B. die Zeit-Mengen-Relationen des im Prozess fließenden Materials auf einfache Weise untersucht werden. Material steht hier als Oberbegriff für Roh-, Hilfs- und Betriebsstoffe, für angearbeitete und fertige Teile, für Baugruppen und Produkte aller Art, die noch einen Ortswechsel erlauben.

Ein Materialfluss im Sinne der hier vorgestellten *Materialflusslehre* bezieht sich auf diskrete Objekte, also in der Sprache der Fördertechnik auf Stückgüter, die sich in regelmäßigen oder in unregelmäßigen zeitlichen Abständen über Transportwege oder Förderstrecken bewegen. Auch kontinuierliche Massen- und Volumenströme von Schüttgütern, Flüssigkeiten und Gasen lassen sich mittels geeigneter Behälter diskretisieren und können auf diese Weise wie Stückgut behandelt werden.

Der Gebrauch des Wortes „Fluss“ darf nicht darüber hinwegtäuschen, dass das Material sich während des weitaus größten Teils der Zeit geplant oder ungeplant irgendwo im Prozess „in Ruhe“ befindet. In Wirklichkeit handelt es sich also um einen häufig *stockenden Fluss*. Abgesehen von produktionstechnisch bedingten oder organisatorisch erwünschten Wartezeiten sind generell in allen Materialflussprozessen die kürzestmöglichen Durchlaufzeiten bei geringsten Beständen anzustreben. Die Methoden und Verfahren der Materialflusslehre können u.a. angewendet werden, um dieses Ziel zu erreichen.

1.2 Aufgaben der Materialflusslehre

Im einfachsten Fall ist der unter 1.1 beschriebene *Fließprozess* durch einen Materialfluss mit nur einer einzigen Fließlinie, also ausschließlich aus seriel-

len Verbindungen der beteiligten Vorgänge, darstellbar (siehe **Abb. 1.1a**). Dies ist beispielsweise die Struktur der *Transferstraße*, die mit zunehmender Zahl der Produktvarianten und mit Rückgang der Stückzahlen schließlich unwirtschaftlich wurde.

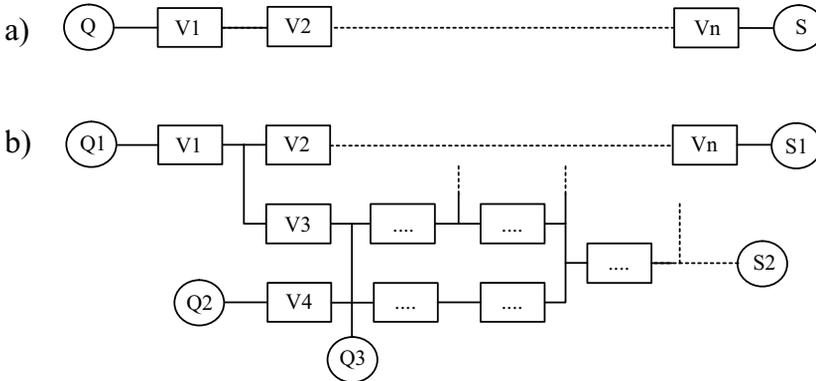


Abb. 1.1. Fließlinienstruktur (a) und Netzwerkstruktur (b) in Materialflusssystemen mit Quellen (Q), Senken (S) und Vorgängen (V)

Der überwiegende Teil heutiger Materialflusssysteme stellt sich als *Netzwerk* dar (siehe **Abb. 1.1b**), weil die Vorgänge teilweise seriell und teilweise parallel angeordnet sind. Dies begründet sich aus der Notwendigkeit, dass z.B. verschiedenes Material in wechselnder Reihenfolge denselben Vorgang beansprucht oder dass gleiches Material alternativ verschiedene Vorgänge durchlaufen kann. Je höher die *Flexibilität*, umso höher ist der Grad der Vernetzung und umso schwieriger die theoretische Behandlung des Prozesses.

Im Rahmen der Materialflusslehre werden die real sehr komplexen Materialflussprozesse in stark vereinfachten Modellen dargestellt und damit Lösungen praktischer Probleme gesucht. Die Übertragung der gefundenen Lösungen in die Realität setzt qualitativ und quantitativ geeignete Modellierungen voraus. So fordern die Netzwerkstrukturen beispielsweise unter anderem *Vorfahrtsregelungen* unter Beachtung der Prioritäten des Materials und des Fassungsvermögens von *Warteräumen* im Netzwerk. Spätestens hier zeigt sich, dass die Beschäftigung mit den physischen Aspekten eines Materialflusssystems allein nicht ausreicht; der Informationsfluss ist genauso wichtig! Die *Lokalisierung* und die *Identifikation* stehen dabei im Vordergrund, also die Information, *wo sich welches Material aktuell befindet*. Zusammen mit den *Zielinformationen* kann die Steuerung dann den gewollten Materialfluss mittels verschiedener Aktoren des Materialflusssystems (Förderer, Heber, Greifer, etc.) erzeugen.

Eine wichtige Aufgabe der Materialflusslehre ist die Bestimmung des (Material)-*Durchsatzes* an kritischen Stellen des Materialflusssystems. Dazu

hat man neben den in der Steuerung festgelegten Strategien das Verhältnis zwischen dem betrieblich wahrscheinlichen Durchsatz und dem technisch maximal möglichen Durchsatz (*Grenzdurchsatz*) zu beachten. Der betriebliche Durchsatz – insbesondere von flexiblen Anlagen – kann aber nicht wie der technische Grenzdurchsatz als konstanter Wert angegeben werden. Mithilfe einfacher mathematischer Verteilungsfunktionen kommt man jedoch zu einer praxisnahen Beschreibung des betrieblichen Durchsatzes. Bei ausgeführten Anlagen hilft die systematisch durchgeführte Analyse des Ist-Zustandes, diese Verteilungsfunktion aus empirischen Häufigkeitsverteilungen zu finden.

Es ist generell unrealistisch, Durchsätze oder Wartezeiten unter der Annahme störungsfreier technischer Einrichtungen zu prognostizieren. Daraus entsteht die Notwendigkeit, sich mit Fragen der *Zuverlässigkeit* und *Verfügbarkeit* von Materialflusssystemen zu beschäftigen.

Da der betriebliche Durchsatz und das Störungsgeschehen von stochastischer Natur sind, resultieren auch unter sonst konstanten Bedingungen im Netzwerk eines Materialflusssystems wechselnde Füllzustände der Warteräume. Die *Warteschlangentheorie* liefert die analytischen Ansätze zur Abschätzung der *eingeschwungenen Zustände*. Das dynamische Geschehen der Zustandsänderungen, das Füllen und Leeren der Warteräume, kann mithilfe der *ereignisorientierten stochastischen Simulation* untersucht werden. Für die Suche nach *kürzesten Wegen* oder *optimalen Rundreisen* durch das Netzwerk werden Standardalgorithmen aus dem Bereich des Operations Research angewandt.

Insgesamt sind die Verfahren der Materialflusslehre sehr gut geeignet, um konzeptionelle Fragestellungen und deren Kostenwirksamkeit in Verbindung mit den aktuellen Forderungen nach *kürzeren Durchlaufzeiten* und *niedrigeren Beständen* in der Produktion und im Vertrieb zu bearbeiten (siehe **Abb. 1.2**). Diese und andere typische Aufgaben der Materialflusslehre erfordern nur geringe Beschäftigung mit den technischen Details der Materialflusssysteme. Normalerweise genügen als *technische Daten* die *Hauptabmessungen* von Förderstrecken, Lager- und Warteräumen und von bewegten Objekten (Fördereinheiten, Lagereinheiten) sowie die *Geschwindigkeiten* und *Beschleunigungen* bewegter Geräte und Geräteteile. Dafür gewinnen Fragen der Gesamtplanung und organisatorische Fragen an Bedeutung.

Tiefer in die konzeptionellen *technischen* Details einzudringen, ist Aufgabe der *Materialflusstechnik*; diese setzt sich z.B. mit der Auswahl von Trag- und Triebwerken, der Ermittlung von Antriebsleistungen, dem Erstellen maßstäblicher Aufstellungspläne und der detaillierten Entwicklung von Steuerungskonzepten auseinander. Die Entwicklung und die Konstruktion der förder- und lagertechnischen Geräte (z.B. Regalbediengeräte, Flurförderzeuge, Rollen- und Kettenförderer, etc.) bleiben nach wie vor Aufgaben der klassischen *Fördertechnik*.

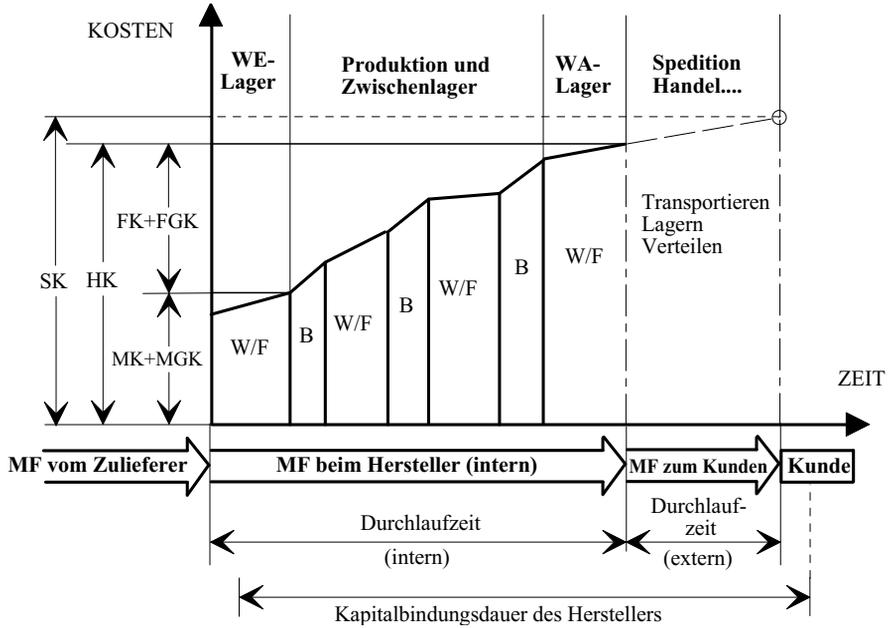


Abb. 1.2. Die Entwicklung der Kosten im Materialfluss (Abkürzungen: B = Bearbeiten, F = Fördern, FGK = Fertigungsgemeinkosten, FK = Fertigungskosten, HK = Herstellkosten, MF = Materialfluss, MGK = Materialgemeinkosten, MK = Materialkosten, SK = Selbstkosten, W = Warten, WA = Warenausgang, WE = Wareneingang)

1.3 Typisches Beispiel eines Materialflusssystems

In den folgenden Kapiteln wird gelegentlich auf die verschiedenen Bereiche eines fabrikinternen Materialflusssystems nach **Abb. 1.3** zurückgegriffen. Es zeigt in grober Darstellung den physischen Teil des Materialflusssystems einer Fabrik vom Wareneingang (WE) bis zum Warenausgang (WA).

Je nach Art und Umfang der Produktion werden auf einem realen Fabrikgelände Wareneingang und Warenausgang unmittelbar benachbart sein, wenn die Anschlüsse zum externen Materialfluss im Straßen- oder Bahnnetz dies erfordern. Ebenso wird man statt der beiden Lagerbereiche für eingehendes Material (WE-Lager) und für Fertigprodukte (WA-Lager) aus den verschiedensten Gründen (häufig nur aufgrund der historischen Entwicklung!) mehrere, über das Fabrikgelände verteilte Lagerbereiche finden. Der eigentliche Kernbereich der Produktion steht im Beispiel mit einer mechanischen Fertigung, dem Produktionslager (PL) (als Ausweichpuffer) und dem Montagebereich stellvertretend für komplexe reale Strukturen. Die sequenzgerechte Anlieferung von Zukaufteilen (Just-in-Time) betrifft beispielhaft den Fertigungsbereich (für gelieferte Rohteile oder angearbeitete Teile) und den

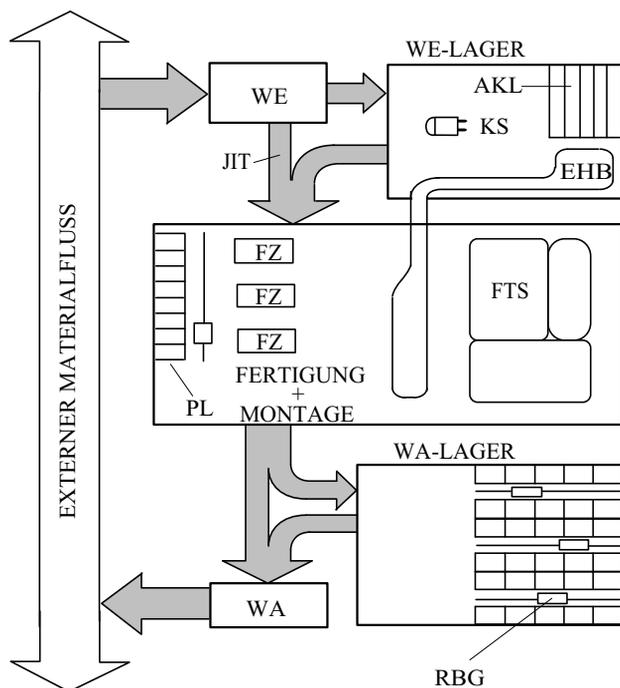


Abb. 1.3. Darstellung der Bereiche eines fabrikinternen Materialflusssystems (Abkürzungen: AKL = automatisches Kleinteilelager, EHB = Elektrohängebahn, FTS = Fahrerloses Transportsystem, FZ = Fertigungszelle, JIT = „Just-in-Time“, KS = Kommissionierstapler, PL = Produktionslager, RBG = Regalbediengerät, WA = Warenausgang, WE = Wareneingang)

Montagebereich (für gelieferte Baugruppen, beispielsweise Pumpen, Motoren, etc.).

Der Materialfluss zwischen den verschiedenen Fabrikbereichen soll, wie noch immer am häufigsten anzutreffen, mit fahrerbedienten Flurförderzeugen (z.B. Staplern) erfolgen. Der Mensch bietet nach wie vor die höchste Flexibilität und kann an vielen Stellen durch automatische Anlagen nicht wirtschaftlich ersetzt werden. Innerhalb der Produktions- und Lagerbereiche sind beispielhaft automatische Förderanlagen installiert: ein fahrerloses Transportsystem (FTS) im Montagebereich, Rollen- und Kettenförderer im Fertigungsbereich sowie in der Vorzone des WA-Lagers. Den Materialfluss im WA-Lager leisten automatische, schienengeführte Regalbediengeräte (RBG), auch Regalförderzeuge (RFZ) genannt, im WE-Lager jedoch wegen der größeren Flexibilität fahrerbediente Kommissionierstapler (KS). Im Bereich des WE-Lagers befindet sich ferner ein automatisches Kleinteilelager (AKL), das die Aufgabe der Kommissionierung von Kleinteilen übernimmt. Für den Transport der Kleinteile zum Montagebereich ist eine Elektrohängebahn (EHB) installiert.

Wareneingang (WE) und Warenausgang (WA) bilden die Schnittstellen zur Umwelt im *Materialfluss dieses Produktionsprozesses*. Hier schließt der externe *Materialfluss der Vertriebsprozesse* an, also die Warenverteilung in sog. Logistik-Ketten von den Zulieferern und zu den Kunden. Obwohl sich die Transport-, Umschlag- und Lagertechniken im externen Materialfluss von denen innerbetrieblicher Materialflusssysteme ebenso unterscheiden wie die Organisationsformen und Informationstechniken, gelten im Prinzip die gleichen Strukturen vernetzter Fließprozesse (siehe **Abb. 1.4**). Dies erlaubt die Anwendung der Verfahren für den innerbetrieblichen Materialfluss auch auf die externen Materialflusssysteme der Logistik. Erschwerend kommt jedoch hinzu, dass der Materialfluss außerhalb der Fabrik Straßen- und Schienennetze und gegebenenfalls die Luft- und Wasserwege benutzen muss. Für realistische Materialflussplanungen in Logistiksystemen gibt es vielfältige Restriktionen. Konzepte mit längerfristiger Lebensdauer müssen neben den technischen Aspekten die ökonomischen, politischen, kulturellen, sozialen und ökologischen Entwicklungen beachten.

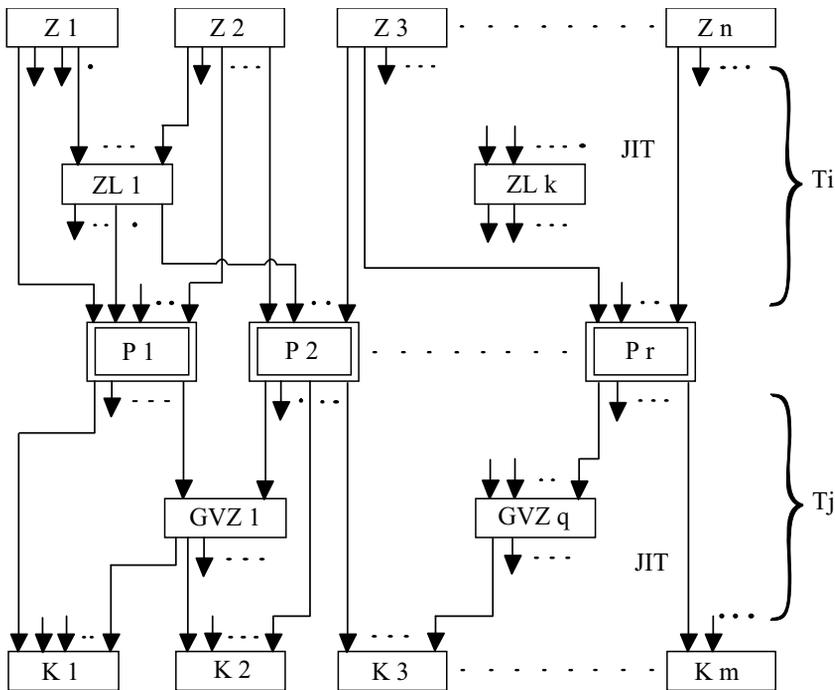


Abb. 1.4. Verzweigter externer Materialfluss in sog. *Logistik-Ketten* mit mehreren Zulieferern (Z), Zulieferlagern (ZL), Produktherstellern (P), Güterverteilzentren (GVZ), Kunden (K) und Transportunternehmen (T), JIT = „Just-in-Time“

Material- und Informationsflüsse in einem integrierten Materialflusssystem gemäß **Abb. 1.3** müssen über Rechner verknüpft werden, die lokal miteinander kommunizieren. Dazu ist es zweckmäßig, die Aufgaben auf mehrere Ebenen zu verteilen und jede Ebene nur die für ihre Aufgaben relevanten Daten mit den entsprechenden Anforderungen (z.B. Echtzeitbetrieb oder Dateitransfer) bearbeiten zu lassen. Dieses hierarchische Grundschemata ist in vielen automatischen Anlagen verwirklicht; **Abb. 1.5** zeigt eine solche Struktur.

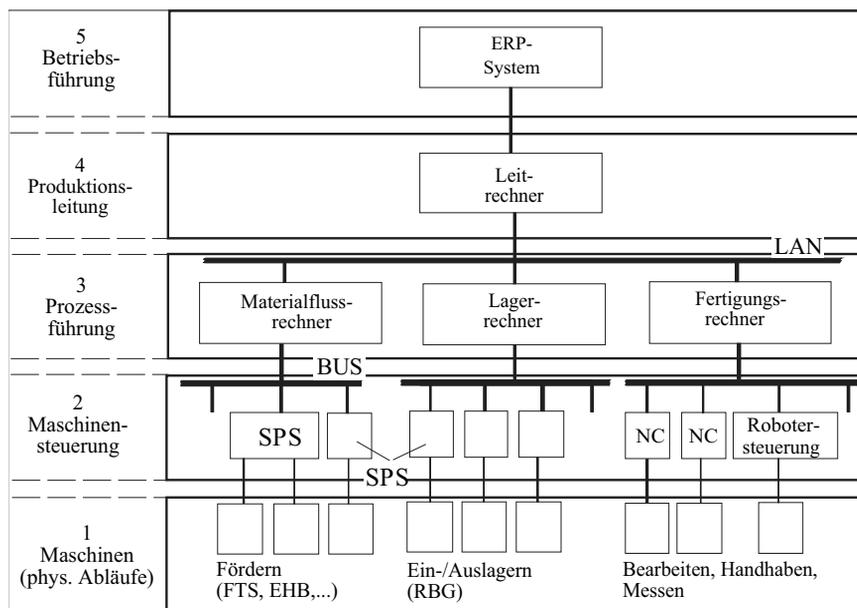


Abb. 1.5. Verteilung der Steuerungsaufgaben in einem Materialflusssystem auf mehrere Ebenen

Zwischen der *ersten* und der *zweiten Ebene* werden Anweisungen für Antriebe und Aktoren, Sensorsignale und Messwerte vor Ort in Echtzeitbetrieb ausgetauscht. Speicherprogrammierbare Steuerungen (SPS) der Förder- und Lagergeräte, spezielle Robotersteuerungen und numerische Steuerungen (NC) der Fertigungseinrichtungen übernehmen neben der eigentlichen Steuerung der Antriebe zunehmend auch Aufgaben wie Beobachten, Rechnen, Regeln und Kommunizieren – Aufgaben, die früher auf einer der höheren Ebenen von Prozessrechnern bearbeitet wurden.

Auf der Ebene *Prozessführung* werden z.B. Lagerplätze verwaltet, Materialflüsse gesteuert, Fertigungseinrichtungen geführt und NC-Programme verwaltet. Auf der Ebene *Produktionsleitung* erfolgt die Ablaufplanung für die Produktion und damit auch für den Materialfluss. Hier werden z.B. Fer-

tigungsaufträge verwaltet und in die Feinplanung aufgenommen, Arbeitsanweisungen ausgegeben und Rückmeldungen aus dem Produktionsprozess ausgewertet. Somit kann die vierte Ebene u.a. als Auskunftssystem für Auslastungen, Störungen und Daten der Materialflussverfolgung dienen.

Der *fünften Ebene* sind die *Planungs- und Dispositionsaufgaben* der Betriebsführung zugeordnet; wie z.B. die Kapazitätsplanung, die Materialdisposition sowie die Verwaltung der Stammdaten und der Kundenaufträge. Während die Planungs- und Dispositionsaufgaben auf Großrechnern *off line* durchgeführt werden, müssen die eigentlichen *Operationsaufgaben*, also in jedem Fall von der dritten Ebene abwärts, im Echtzeitbetrieb *on line* bearbeitet werden.

Voraussetzung für die offene Kommunikation innerhalb und zwischen den Ebenen bei einer nach **Abb. 1.5** hierarchisch gegliederten Aufgabenverteilung sind abgestimmte Schnittstellen und einheitliche Datenprotokolle. Die Integrationsfähigkeit über alle Ebenen und die Kostenkonsequenzen sind im Einzelfall sorgfältig zu prüfen.

Durch die Fortentwicklung der Informations- und Telekommunikationstechnik verändern sich die Informationsflüsse und Steuerungsstrukturen derzeit erheblich. Allerdings haben sich noch keine neuen Lösungen etabliert. Es ist davon auszugehen, dass sich die Zahl der Ebenen verringern und die Kommunikation weniger hierarchisch organisiert sein wird. Im Gegenzug werden die Komponenten aus den Ebenen 1 bis 3 direkt kommunizieren, siehe hierzu auch Abschnitt 8.9.

Ein optimaler Informationsfluss in Logistik-Ketten gemäß **Abb. 1.4** erfordert zusätzlich überbetriebliche Kommunikationsnetze. Nur so können die Vorteile des bestandsarmen Materialflusses mit kurzen Vertriebszeiten im Sinne des Supply Chain Managements (SCM) realisiert werden.

Wie bereits unter Abschnitt 1.2 gesagt, ist die Kenntnis technischer Details zur Lösung der Aufgaben der Materialflusslehre nicht erforderlich. Insofern mag die kurze Beschreibung der förder-, lager- und steuerungstechnischen Einrichtungen als Einleitung für die folgenden Betrachtungen genügen.

In **Abb. 1.6** ist das Materialflussschema für das Materialflusssystem aus **Abb. 1.3** als vereinfachtes *Flussdiagramm* dargestellt. Daran lässt sich zeigen, dass der Materialfluss immer in die Grundfunktionen *Fördern*, *Verzweigen (Verteilen)*, *Zusammenführen (Sammeln)*, *Warten*, *Bedienen* zerlegt werden kann. Unter Bedienen soll im einzelnen verstanden werden: Bearbeiten, Handhaben, Montieren, Übernahme oder Übergabe vor Lagerbereichen, etc.

Durch Verbinden von einfachen Förderstrecken mit unterschiedlichen Elementen zum Verteilen und Zusammenführen können bereits in sich geschlossene Bereiche aus **Abb. 1.3** als Lager-, Fertigungs- oder Montagesysteme abgebildet werden, womit dann ein netzartiges Materialflusssystem entsteht, wie es in **Abb. 1.6** dargestellt ist.

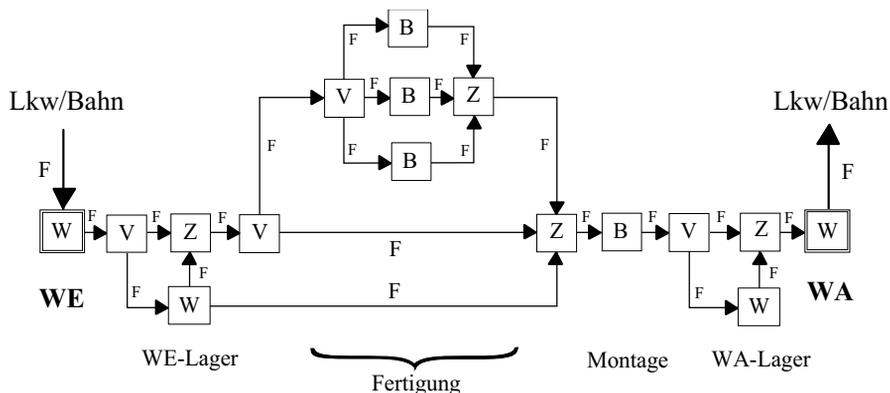


Abb. 1.6. Materialflussschema als Flussdiagramm für das Materialflusssystem aus **Abb. 1.3** mit den Grundfunktionen B = Bearbeiten, F = Fördern, V = Verteilen, W = Warten, Z = Zusammenführen

Eine entsprechende Zerlegung in die Grundfunktionen kann auch für komplexere Vorgänge wie Kommissionieren oder Sortieren vorgenommen werden. Darum orientiert sich die Behandlung der Materialflusslehre in diesem Buch stets an den oben genannten Grundfunktionen. Die mechanischen Elemente für das Fördern, Verteilen und Zusammenführen weisen sehr viele Gemeinsamkeiten auf und werden deshalb in Kapitel 2 als sog. *Grundelemente* der Materialflusssysteme unter weitgehend gleichen Voraussetzungen behandelt.

2. Grundelemente der Materialflusssysteme

2.1 Förderstrecken

2.1.1 Durchsatz

Auf einer Förderstrecke der Länge l bewegen sich Fördereinheiten (FE) unbehindert mit der Geschwindigkeit v von einer Quelle (Q) zu einer Senke (S). Man stellt sich vor, dass die Fördereinheiten von der Quelle „erzeugt“ werden, unabhängig davon, ob dies ihr wirklicher Entstehungsort ist. Durch gezielte Schnitte – mit Quellen bzw. Senken an den Schnittstellen – kann ein vernetztes Materialflusssystem in einfache Förderstrecken zerlegt werden. Die Förderstrecken sind dabei nicht an eine bestimmte Raumlage gebunden; exakt horizontale oder vertikale Richtungen sind jedoch häufig vorkommende Sonderfälle.

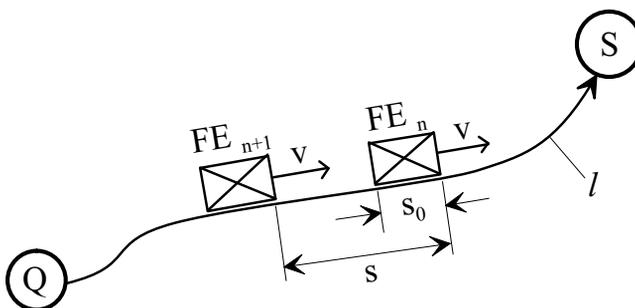


Abb. 2.1. Fördereinheiten (FE) auf einer Förderstrecke der Länge l

Für die Durchsatzbetrachtung ist es zunächst unerheblich, nach welchem technischen Prinzip die Fördereinheiten bewegt werden; wichtig ist nur die Kenntnis ihres Geschwindigkeit-Zeit-Verhaltens. Sogenannte *aktive Förderstrecken* (z.B. Rollenbahn oder Bandförderer) zeichnen sich durch eine in der Regel konstante Fördergeschwindigkeit v und ein stetig arbeitendes Fördermittel aus. Sie werden darum auch als *Stetigförderer* bezeichnet.

Unstetigförderer, also unstetig arbeitende Fördermittel (z.B. fahrerbediente oder fahrerlose Flurfördergeräte oder Elektrohängebahnen) verkeh-

ren auf passiven Förderstrecken (Fahrwege oder Schienen) in der Regel mit nicht konstanter Geschwindigkeit; Anfahr- und Bremsvorgänge, reduzierte Geschwindigkeit in Kurven usw. sind zu berücksichtigen. Doch auch hier wird man die ersten Durchsatzbetrachtungen unter der Annahme einer konstanten, mittleren Fahrgeschwindigkeit anstellen. Bei Unstetigförderern ist oft die Anzahl der benötigten Fördermittel von Interesse. Zu deren Bestimmung sind unter anderem zusätzlich die Zeiten für die Beladung und Entladung sowie gegebenenfalls anfallende Leerfahrten ohne Beladung zu berücksichtigen. Siehe hierzu auch Abschnitt 3.4.7.

Den *Durchsatz* einer Förderstrecke berechnet man somit im einfachsten Fall aus der Geschwindigkeit v und dem Abstand s der Fördereinheiten zu:

$$\lambda = \frac{v}{s} \quad \left[\frac{1}{ZE} \right] \tag{2.1}$$

(s ist der Abstand zwischen den *gleichen* Punkten jeweils zweier aufeinanderfolgender FE, vgl. **Abb. 2.1**)

Der maximale Durchsatz

$$\lambda_{max} = \frac{\bar{v}}{s_0} \tag{2.2}$$

wird erreicht, wenn die Fördereinheiten die Förderstrecke mit maximaler Geschwindigkeit und lückenlos, einander berührend, passieren. Aus verschiedenen Gründen ist dies aber nur sehr selten möglich. Sicherheitsabstände zur Schonung der Fördereinheiten oder steuerungstechnische Restriktionen mindern den Durchsatz.

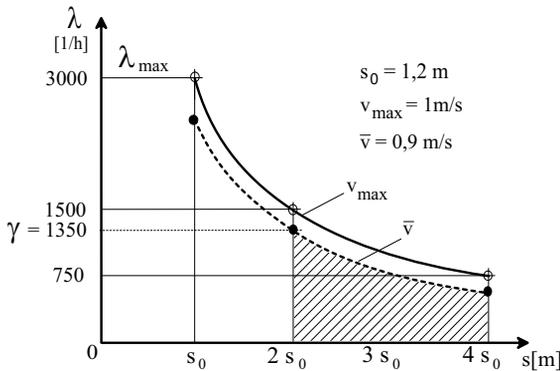


Abb. 2.2. Durchsatz λ von Fördereinheiten auf einer Förderstrecke in Abhängigkeit vom Abstand s und der Geschwindigkeit v

Für variable Abstände s liefert Gleichung (2.1) die in **Abb. 2.2** dargestellten Hyperbel-Äste. Das Anfahren der Fördereinheiten am Anfang

und das Abbremsen am Ende der Förderstrecke wird durch die Verminderung der Geschwindigkeit von $v_{max} = 1 \text{ m/s}$ auf eine fiktive mittlere Geschwindigkeit $\bar{v} = 0,9 \text{ m/s}$ berücksichtigt. Dabei wird jeweils ein linearer Geschwindigkeit- Zeit-Verlauf während der Beschleunigungs- und der Bremsphase angenommen (siehe **Abb. 2.3**).

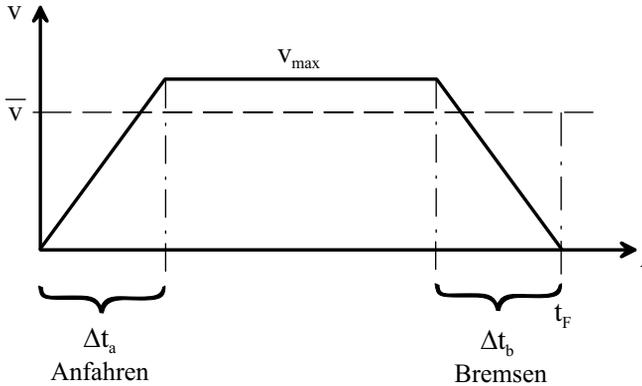


Abb. 2.3. Typischer Geschwindigkeit-Zeit-Verlauf für die Bewegung von Fördereinheiten in Materialflusssystemen

In manchen Fällen ist während der Bremsphase eine sogenannte *Schleichfahrt*, sprich eine Fahrt mit verminderter Geschwindigkeit am Ende der Bremsfahrt, enthalten. Diese kann für eine exakte Positionierung erforderlich sein. Üblicherweise ist dies bei der Positionierung von Palettenförderertechnik wie beispielsweise Verschiebewägen (siehe Abb. 2.15) oder Regalbediengeräten (siehe Abb. 5.26) der Fall. Wenn die Förderstrecke lang genug ist, kann man den Einfluss des Anfahrens und Bremsens vernachlässigen und während der gesamten Fahrzeit t_F mit $v = v_{max}$ rechnen.

2.1.2 Grenzdurchsatz, Auslastungsgrad

Wie bisher dargelegt, ist der Durchsatz einer Förderstrecke begrenzt. Wenn z.B. in **Abb. 2.2** die Bedingungen $s \geq s_{max} = 2s_0$ und $\bar{v} \leq 0,9 \frac{m}{s}$ gelten, so kann der Durchsatz den Wert $\lambda = 1.350 \frac{1}{h}$ nicht überschreiten. Wir nennen diesen, aus technischen Gründen größtmöglichen Durchsatz den *Grenzdurchsatz* und bezeichnen ihn mit dem griechischen Buchstaben γ .

In **Abb. 2.2** bleibt für den tatsächlich im Betrieb nutzbaren Durchsatz somit nur noch das Feld rechts der Geraden $s_{min} = 2s_0$ unter dem Hyperbelast für \bar{v} . Im praktischen Betrieb muss die Bedingung

$$\lambda \leq \gamma \tag{2.3}$$

stets erfüllt sein. Wird der *betriebliche Durchsatz* λ kleiner als der *Grenzdurchsatz* γ , so ist die Förderstrecke nicht vollständig ausgelastet. Dies beschreibt

man durch Angabe des *Auslastungsgrades* ρ . Es gilt:

$$\rho = \frac{\lambda}{\gamma} \leq 1 \tag{2.4}$$

2.1.3 Taktzeit

Unter der Voraussetzung eines regelmäßigen „Liefer“-Taktes der Quelle in **Abb. 2.1** sind auf der Förderstrecke $z = l/s$ Fördereinheiten in gleichen Abständen s unterwegs. Mit der Förderzeit (oder Fahrtzeit) t_F einer Fördereinheit von der Quelle zur Senke liefert Gleichung (2.1) den Durchsatz als Kehrwert der Taktzeit T:

$$\lambda = \frac{l/t_F}{l/z} = \frac{1}{t_F/z} = \frac{1}{T} \tag{2.5}$$

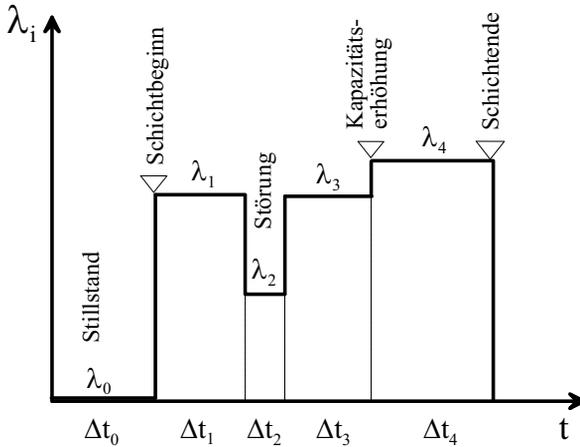


Abb. 2.4. Diskret verteilter Durchsatz λ_i während verschiedener Phasen eines Produktionsprozesses

Echte Taktprozesse findet man jedoch im Materialfluss des Vertriebs nie und im Materialfluss der Produktion immer seltener (siehe Erläuterungen unter Abschnitt 1.2). Es ist zwar prinzipiell möglich, den Durchsatz jeweils als Mittelwert für kürzere Zeitintervalle anzugeben (siehe **Abb. 2.4**), doch ist dieses Vorgehen nur dann sinnvoll, wenn es sich tatsächlich um diskret verteilte Durchsätze λ_i handelt, deren Sprünge aus determinierten Arbeitsphasen des Betriebs erklärbar sind (z.B. Pausen, Kapazitätserhöhung etc.). Falls jedoch die Abstände s zufällig (stochastisch) beliebige Werte annehmen können, verliert die diskrete Verteilung der λ_i ihren Sinn. Dann ist es für weitere analytische Betrachtungen besser, den Materialfluss durch die sogenannten *Zwischenankunftszeiten* zu beschreiben.

2.1.4 Zwischenankunftszeit

Die Zwischenankunftszeit t_n ist in **Abb. 2.5** erklärt als die Zeitspanne zwischen Ankunft der (n-1)-ten und der n-ten Fördereinheit an einer beliebigen

festen Markierung auf der Förderstrecke. Diese Zeitspanne ist im Regelfall stochastisch verteilt. Alle folgenden Betrachtungen gelten unter der Voraussetzung gleicher und konstanter Geschwindigkeiten aller Fördereinheiten, d.h.

$v_i = konst.$, also insbesondere $v_{n-1} = v_n = konst.$ Im allgemeinen Falle kann die Zwischenankunftszeit jeden beliebigen Wert t mit $t_0 \leq t < \infty$ annehmen. Da die Länge der Fördereinheiten $s_0 > 0$ ist, muss stets $t_0 > 0$ sein. Um die bekannten mathematischen Verteilungsfunktionen benutzen zu können, wird jedoch als zulässiger Bereich für die Zwischenankunftszeit definiert:

$$0 \leq t \leq \infty \tag{2.6}$$

Eine praktische Bedeutung haben die gegen Null oder Unendlich gehenden

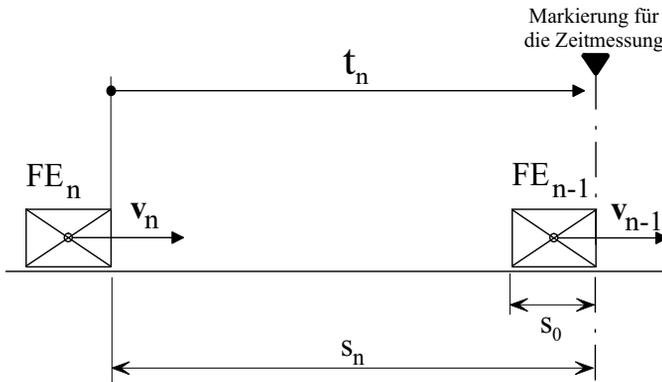


Abb. 2.5. Zur Definition der Zwischenankunftszeit

Werte allerdings nicht.

Die Zwischenankunftszeit kann somit als eine stetige Zufallsgröße aufgefasst und als solche theoretisch behandelt werden. Insbesondere ist ihre Verteilung durch die *Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion* $f(t)$ und durch die *Verteilungsfunktion* $F(t)$ quantifizierbar. Der typische Verlauf einer Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion ist in **Abb. 2.6a** dargestellt. Für den Definitionsbereich der Zwischenankunftszeit nach (2.6) kann die *Wahrscheinlichkeitsdichte* die Werte

$$0 \leq f(t) \leq \infty \tag{2.7}$$

annehmen. Gleichzeitig muss die Normierungsbedingung

$$\int_0^\infty f(t)dt = 1 \tag{2.8}$$

erfüllt sein, d.h. das Flächenintegral unter der Kurve in **Abb. 2.6a** muss stets den Wert Eins liefern.

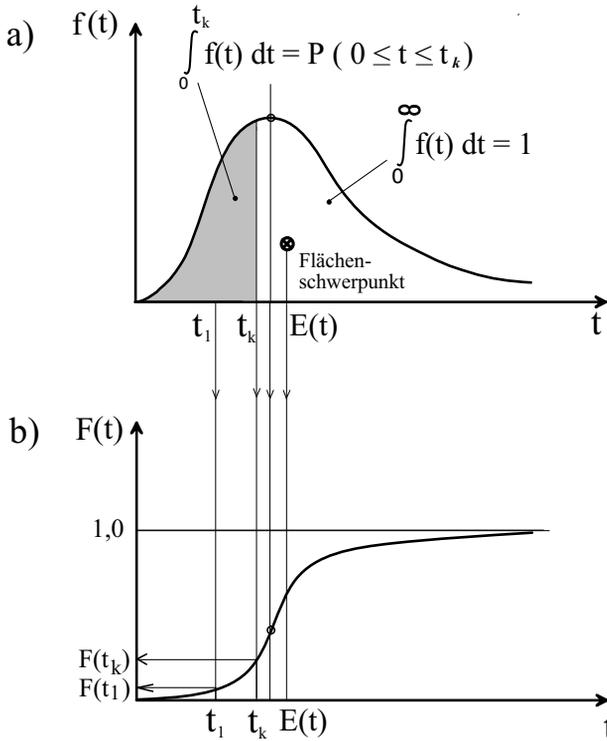


Abb. 2.6. Darstellung stetiger Verteilungen der Zwischenankunftszeit mittels
 a) Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $f(t)$ und
 b) Verteilungsfunktion $F(t)$

Die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten einer Zwischenankunftszeit mit einem Wert $0 \leq t \leq t_k$ entspricht dem Integral der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion von $t = 0$ bis $t = t_k$. Man schreibt für die *Wahrscheinlichkeit* P (Probability):

$$P(0 \leq t \leq t_k) = \int_0^{t_k} f(t) dt = F(t_k) \tag{2.9}$$

Häufiger als die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion wird die sogenannte *Verteilungsfunktion* $F(t)$ benutzt, mit der sich die Verteilung der Zwischenankunftszeit noch einfacher quantifizieren lässt. Die Verteilungsfunktion $F(t)$ entsteht durch Integration der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion. Ihr möglicher Wertebereich ist:

$$0 \leq F(t) \leq 1 \tag{2.10}$$

In **Abb. 2.6b** entspricht somit der Funktionswert $F(t_k)$ dem Integral nach Gleichung (2.9). Mithilfe der Verteilungsfunktion kann die *Wahrscheinlichkeit*

für das Auftreten einer Zwischenankunftszeit im Bereich $t_1 < t \leq t_k$ als Differenz der Funktionswerte $F(t_1)$ und $F(t_k)$ sehr einfach angegeben werden. Man schreibt für die Wahrscheinlichkeit:

$$P(t_1 < t \leq t_k) = F(t_k) - F(t_1) \quad (2.11)$$

Aus Gleichung (2.11) wird u.a. deutlich, dass die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten einer Zwischenankunftszeit von genau t_i gleich Null ist (es ist $P(t_i) = F(t_i) - F(t_i) = 0$). Dieser Sachverhalt gilt allgemein für alle *stetigen Zufallsvariablen* (z.B. Zeit- und Wegmessung). Im Gegensatz dazu kann man für jede Ausprägung einer *diskreten Zufallsvariablen* (z.B. Stückzahl) auch eine konkrete Wahrscheinlichkeit angeben. Die Zwischenankunftszeit ist ihrer Natur nach eine stetige Größe, die man aber durch Einführen von Zeitintervallen (z.B. Sekunden-/ Minutentakte) diskretisieren kann.

2.1.5 Erwartungswert stetig verteilter Zwischenankunftszeiten

Von praktischer Bedeutung für die Durchsatzbetrachtungen von Förderstrecken in Materialflusssystemen ist neben der Frage nach der Wahrscheinlichkeit für das Eintreten von Zwischenankunftszeiten in bestimmten Zeitbereichen insbesondere die Frage, welchen mittleren Wert aus den möglichen Zwischenankunftszeiten man zu erwarten hat. Dieser sogenannte *Erwartungswert* $E(t)$ kann aus der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $f(t)$ wie folgt ermittelt werden:

$$E(t) = \int_0^{\infty} t f(t) dt \quad (2.12)$$

Der Erwartungswert als gewichtetes Mittel aller möglichen Zwischenankunftszeiten entspricht der Abszisse des Flächenschwerpunkts der Fläche unter der Kurve $f(t)$.

Anmerkung: In der Statistik wird $E(t)$ auch „erstes Moment“ von $f(t)$ genannt. Aus **Abb. 2.6** wird sofort erkennbar, dass bei unsymmetrischem Verlauf der Kurve $f(t)$ der Erwartungswert nicht unter dem Kurvenmaximum liegt und dass er nicht mit dem Wendepunkt der Verteilungsfunktion zusammenfällt (sofern diese überhaupt einen Wendepunkt besitzt). Der Abszissenwert unter dem Maximum der Kurve $f(t)$ und damit auch der Abszissenwert des Wendepunktes der Kurve $F(t)$ wird *Modalwert* genannt (modus = der Häufigste). Daneben wird gelegentlich noch der sogenannte *Medianwert* oder *Zentralwert* angegeben; er halbiert die nach der Größe der Einzelwerte geordnete Reihe aller Werte und ist folglich nur für diskrete Verteilungen angebbbar.

2.1.6 Praktische Ermittlung des Erwartungswerts

Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $f(t)$ und die Verteilungsfunktion $F(t)$ der Zwischenankunftszeit sind in ihrer mathematischen Form für ausgeführte

Materialflusssysteme normalerweise zunächst nicht bekannt. Durch Messungen kann ermittelt werden, mit welchen Häufigkeiten die Zwischenankunftszeiten in vorgegebene Zeitintervalle fallen. Man erhält als Näherung eine *diskrete* Verteilung der in Wirklichkeit *stetig* verteilten Zwischenankunftszeiten. Als Ergebnis können die absoluten Häufigkeiten H_i z.B. in Form eines Histogrammes gemäß **Abb. 2.7** dargestellt werden; dabei gilt für die *relativen Häufigkeiten*:

$$h_i = \frac{H_i}{\sum_{i=1}^n H_i} \quad \text{mit } 0 \leq h_i \leq 1 \tag{2.13}$$

Unter der Voraussetzung, dass das in **Abb. 2.7** dargestellte Messergebnis

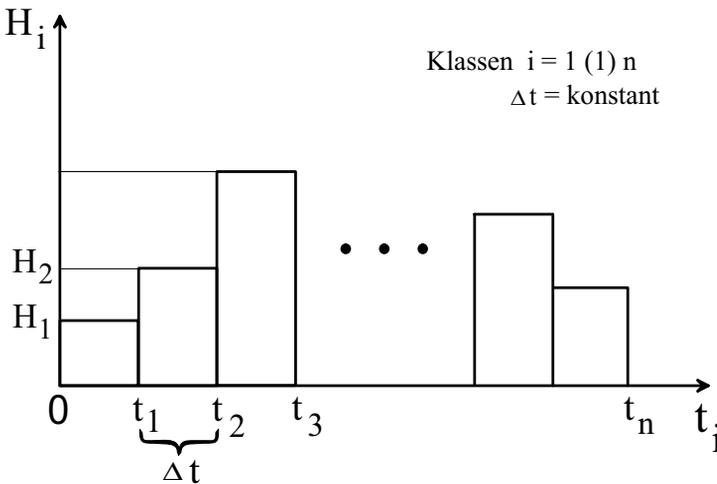


Abb. 2.7. Beispiel für absolute Häufigkeiten gemessener Zwischenankunftszeiten in n Zeitklassen der Breite Δt

repräsentativ ist für die Grundgesamtheit der Zwischenankunftszeiten – und nur dann ist die weitere Verwendung sinnvoll – können die empirisch ermittelten relativen Häufigkeiten h_i mit den tatsächlichen, aber unbekannt *Wahrscheinlichkeiten* p_i gleichgesetzt werden:

$$p_i \approx h_i \quad \text{mit } 0 \leq p_i \leq 1 \tag{2.14}$$

Dabei bedeutet:

$$p_i = P(t_{i-1} < t \leq t_i) \tag{2.15}$$

Die p_i sind Elemente eines Wahrscheinlichkeitsvektors mit der Summe Eins:

$$\sum_{i=1}^n p_i = 1 \quad \text{für } i = 1(1)n^1 \tag{2.16}$$

Ordnet man in einer grafischen Darstellung die Zahlenwerte für p_i z.B. an der rechten Intervallgrenze den gemessenen Zwischenankunftszeiten zu, so kommt man zu grafischen Darstellungen gemäß **Abb. 2.8**, die in ihren Aussagen den stetigen Verteilungen aus **Abb. 2.6** entsprechen.

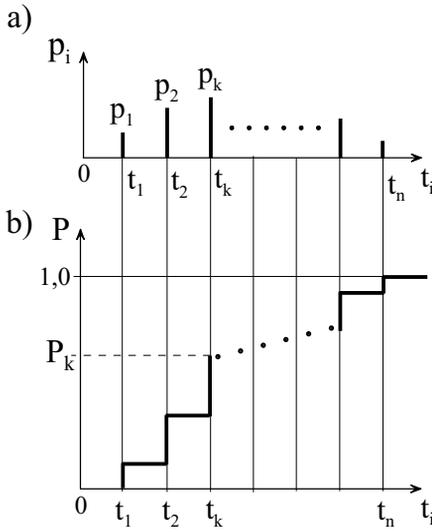


Abb. 2.8. Darstellung diskreter Verteilungen der Zwischenankunftszeit mittels
 a) Wahrscheinlichkeitsvektorelementen
 b) Verteilungsfunktion

Die Gleichung (2.8) entspricht bei diskreten Verteilungen der Gleichung (2.16). Die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten einer Zwischenankunftszeit mit dem Wert $0 \leq t \leq t_k$, für stetige Verteilungen mit Gleichung (2.9) angegeben, wird für die diskrete Verteilung analog zur Integration aus der Summation ermittelt; man schreibt jetzt für die Wahrscheinlichkeit:

$$P(0 \leq t \leq t_k) = \sum_{i=1}^k p_i \tag{2.17}$$

Die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten einer Zwischenankunftszeit im Bereich $t_1 < t \leq t_k$ kann auch für die diskrete Verteilung als Differenz der Funktionswerte $F(t)$ unmittelbar aus Gleichung (2.11) bestimmt werden. Schließlich ist der Erwartungswert der diskreten Verteilung analog zu Gleichung (2.12):

$$E(t) = \sum_{i=1}^n t_i p_i \tag{2.18}$$

¹ Die Schreibweise $i = 1(1)n$ entspricht der ganzzahligen Erhöhung der Laufvariable i von 1 bis n . Ebenso gebräuchlich ist auch die Schreibweise $i = 1, 2, \dots, n$.