



Melanie Beck
Lara Billion
Marei Fetzer
Melanie Huth
Victoria Möller
Anna-Marietha Vogler
(Hrsg.)

Multiperspektivische Analysen von Lehr-Lernprozessen

Mathematikdidaktische,
multimodale, digitale und
konzeptionelle Ansätze

WAXMANN

Melanie Beck, Lara Billion, Marei Fetzler, Melanie Huth,
Victoria Möller, Anna-Marietha Vogler (Hrsg.)

Multiperspektivische Analysen von Lehr-Lernprozessen

Mathematikdidaktische, multimodale,
digitale und konzeptionelle Ansätze



Waxmann 2020
Münster • New York

Bibliografische Informationen der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.dnb.de> abrufbar.

Print-ISBN 978-3-8309-4176-7

E-Book-ISBN 978-3-8309-9176-2

© Waxmann Verlag GmbH, 2020

www.waxmann.com

info@waxmann.com

Umschlaggestaltung: Pleßmann Design, Ascheberg

Umschlagabbildung: © Fotorismus, Inh. Britta Hüning, Ober-Ramstadt, in Auftrag gegeben durch das Institut für Didaktik der Mathematik und der Informatik, Arbeitsgruppe Primarstufe an der Goethe-Universität Frankfurt am Main.

Satz: Roger Stoddart, Münster

Druck: CPI books GmbH, Leck

Gedruckt auf alterungsbeständigem Papier,
säurefrei gemäß ISO 9706



Printed in Germany

Alle Rechte vorbehalten. Nachdruck, auch auszugsweise, verboten.

Kein Teil dieses Werkes darf ohne schriftliche Genehmigung des Verlages in irgendeiner Form reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme verarbeitet, vervielfältigt oder verbreitet werden.

Inhalt

<i>Melanie Beck, Lara Billion, Marei Fetzer, Melanie Huth, Victoria Möller, Anna-Marietha Vogler</i> Vorwort	7
<i>Lara Billion, Melanie Huth und Victoria Möller</i> Die Schweine sind zu klein Die Rekonstruktion mathematischer Konzepte und Gesten in einer Spiel- und Erkundungssituation im Kindergarten.....	11
<i>Birgit Brandt, Teresa Beck und Sarah Keuch</i> Bauklotz und Lineal: Messobjekte und Messinstrumente im Kindergarten Zur alltäglichen didaktisch-methodischen Gestaltung von Situationen zum Inhaltsbereich Messen und Größen im Projekt erStMaL	37
<i>Joachim Engel und Martina Teschner</i> Wahrscheinlichkeit und Risiko Die Kluft zwischen Erfahrung und Berechnung	57
<i>Birgit Gysin und Silvia Wessolowski</i> Lerndialoge von Kindern im jahrgangsgemischten Mathematikunterricht – Interaktion anregen und analysieren	71
<i>Gyde Höck</i> Die Ko-Konstruktion im mathematischen Gespräch in der Grundschule Von Einigkeit und Widerständen.....	93
<i>Anne Fellmann</i> Intraindividuelle Entwicklungsverläufe von drei Kindern der 4. Schulstufe im Umgang mit Brüchen im Vergleich	109
<i>Marei Fetzer</i> #dialog Zur Rolle analoger und digitaler Objekte im mathematischen Lernprozess – eine Annäherung	127
<i>Melanie Platz</i> Der „unendliche Bus“ Erster Ansatz zur Weiterentwicklung einer Lernumgebung im Rahmen des Projekts „Prim-E-Proof“ zur Förderung der Argumentations- und Beweisfähigkeiten in der Grundschule	143
<i>Christine Bescherer und Pelagia Papadopoulou-Tzaki</i> Sprachbewusstheit von Mathematiklehrkräften Entwicklung eines Konstrukts und Vorschlag für ein Erfassungsinstrument	155

Anna-Marietha Vogler und Melanie Beck

**Förderung responsiven Handelns durch den Einsatz
mathematischer Situationspattern**

Chancen und Herausforderungen der mathematischen Spiel- und
Erkundungssituationen im Einsatz mit mathematisch kreativen Kindern
in der Kindertagesstätte..... 167

Liselotte Denner, Ulrich Wehner, Brigitte Seiler und Annette Scheible

**Personbezogene pädagogische Professionalisierung –
erste Befunde aus dem ppProfess-Projekt..... 185**

Herbert Löthe

Eduards Traum – Mathematik als Erlebnis 205

Christof Schreiber

Audio-Podcasts für Lehre und Forschung

Mathematik mündlich darstellen als Herausforderung 217

Gert Kadunz

Semiotik als Orientierung..... 229

Autorinnen und Autoren 245

Vorwort

„Mathematik ist [...] eine natürliche, lebendige, kreative Erweiterung der menschlichen Sprache. [...] Mathematik ist Musik des Geistes“
(Pierre Basieux, 2011, S. XIX)

Dieses Zitat bringt zum Ausdruck, wie kreativ Mathematiktreiben sein kann und wie stark Mathematik mit anderen Kulturformen wie Kunst oder Musik verwoben ist. Es lässt erahnen, wie mannigfaltig die ‚Sprache der Mathematik‘ aussehen kann und wie variantenreich sich Mathematik begreifen lässt. Das Zitat stammt von Basieux. Es könnte aber auch von Rose Vogel formuliert sein, spiegelt es doch ebenso ihre Einstellung zur Mathematik und deren Vielfalt wider. So sind Vielfalt, Multimodalität und Multiperspektivität Themen und verbindende Elemente der Beiträge dieser Festschrift, die Rose Vogel zu ihrem 60. Geburtstag gewidmet ist. Kolleg*innen, junge und erfahrene Mathematikdidaktiker*innen und Forscher*innen anderer Disziplinen haben zu diesem Band beigetragen. Sie alle sind ein Stück des Weges gemeinsam mit Rose Vogel gegangen. Die Bandbreite unterschiedlicher methodischer Zugänge, mannigfaltiger theoretischer Bezüge und disziplinübergreifender Forschungsansätze lässt eine facettenreiche Festschrift entstehen. Diese gliedert sich in drei Teile.

Im Teil (I) der Festschrift liegt der Fokus auf der Forschung zum mathematischen Lernen. Dabei greifen die Beitragenden auf ein breites Spektrum methodischer Zugänge und theoretischer Ansätze zurück.

Der Beitrag von den Doktorandinnen *Lara Billion*, *Melanie Huth* und *Victoria Möller* vereint die vielfältigen Analysemethoden der verschiedenen Dissertationsprojekte, die von Rose Vogel derzeit betreut werden. Ein charakteristisches Beispiel des Projekts erStMaL (early Steps in Mathematics Learning), das Rose Vogel von 2008 bis 2015 gemeinsam mit Birgit Brandt und Götz Krummheuer leitete, wird hinsichtlich mathematischer Konzepte und Gesten analysiert.

Birgit Brandt, *Teresa Beck* und *Sarah Keuch* widmen sich den Messprozessen von Kindergartenkindern. In diesem Zusammenhang greifen sie ebenfalls auf die Daten des Projekts erStMaL zurück und stellen dar, wie unterschiedlich im Bereich ‚Messen und Größen‘ verschiedene Konzepte thematisiert und Hilfsmittel genutzt werden.

Im Bereich der frühkindlichen mathematischen Lernforschung lassen sich auch *Joachim Engel* und *Martina Teschner* verorten. Die Autor*innen rekonstruieren in ihrem Beitrag das Wahrscheinlichkeitsverständnis von Kindern im Vorschulalter.

Birgit Gysin und *Silvia Wessolowski* analysieren Lerndialoge im jahrgangsgemischten Mathematikunterricht und stellen Methoden heraus, wie Interaktionen von Erst- und Zweitklässler*innen in einem solchen Unterricht angeregt werden können.

Gyde Höck arbeitet das Ko-Konstruktionsverhalten von Grundschüler*innen heraus und zeigt auf, wie Kinder argumentativ anspruchsvoll Dialoge gestalten. Dabei führen die Ko-Konstruktionen nicht immer zu mathematisch adäquaten Bearbeitungen. In diesem Zusammenhang beschreibt sie erste mögliche Implikationen für die Praxis der Lehrer*innenbildung.

Anne Fellmann fokussiert in ihrem Beitrag den Umgang von Kindern einer vierten Jahrgangsstufe mit Brüchen. Hierzu analysiert sie Interviews im Vergleich, um intra-individuelle Entwicklungsverläufe der Kinder zu beschreiben.

Marei Fetzer beschäftigt sich mit der Rolle analoger und digitaler Materialien und deren spezifischen Potenzialen in mathematischen Lernprozessen. Dabei nimmt sie in Anlehnung an Latour eine soziologische Perspektive ein, die Objekte als Akteure im unterrichtlichen Interaktionsprozess versteht.

Abschließend widmet sich im ersten Teil der Beitrag von *Melanie Platz* argumentativen Prozessen von Kindern bei der Bearbeitung der digitalen Lernumgebung ‚Der unendliche Bus‘. Diese Lernumgebung wurde von der Autorin entwickelt, um die Beweisfähigkeiten von Kindern zu fördern.

Teil (II) der Festschrift ist durch Beiträge zu didaktischen Konzepten für die frühe mathematische Denkentwicklung und die universitäre Aus- und Weiterbildung gekennzeichnet. Dabei stehen die Entwicklung von Lehr-Lern-Umgebungen, mathematische Spiel- und Erkundungssituationen und hochschuldidaktische Tätigkeiten im Fokus.

Christine Bescherer und *Pelagia Papadopoulou-Tzaki* entwickeln ein Theoriekonstrukt und analytische Instrumente zur Erfassung der Sprachbewusstheit von Mathematiklehrkräften. Ihr Forschungsgegenstand sind dabei Audio-Podcasts im Mathematikunterricht.

Anna-Marietha Vogler und *Melanie Beck* greifen die mathematischen Situationspattern von Rose Vogel auf und legen dar, inwieweit diese Pattern ein responsives Handeln von Erzieher*innen in frühen mathematischen Diskursen fördern können.

Liselotte Denner, *Ulrich Wehner*, *Brigitte Seiler* und *Annette Scheible* geben in ihrem Beitrag Einblicke in das ppProfess-Projekt und stellen dar, wie personbezogene, pädagogische Professionalisierung gedacht werden kann.

Herbert Löthe, der Doktorvater von Rose Vogel, nimmt in seinem Beitrag das Programm Logo in den Blick. In diesem Programm kann Mathematik von den Lernenden auf besondere Weise erlebt werden, indem sie ihren eigenen Körper real oder in der Vorstellung einbringen können.

Im Teil (III) der Festschrift wird in den Beiträgen der Blick auf Projekte und Arbeitskreise gerichtet, in denen Rose Vogel mitgewirkt hat und weiterhin mitwirkt.

Christof Schreiber thematisiert Audio-Podcasts für Lehre und Forschung und stellt besonders die Bezüge zu dem gemeinsamen Projekt – Lehr@mt – Medienkompetenz als phasenübergreifender Standard in der hessischen Lehrerbildung – mit Rose Vogel heraus.

Gerd Kadunz berichtet aus dem GDM-Arbeitskreis ‚Semiotik, Zeichen und Sprache in der Mathematikdidaktik‘, in dem Rose Vogel seit Jahren aktiv mitwirkt. Dabei gibt er vielfältige Einblicke in die Forschungsarbeiten aus diesem Arbeitskreis und ihre Ursprünge.

Dieses Buch widmen wir Rose Vogel. Als Forscherin, als Kollegin und Betreuerin sowie als Mensch ist Rose in all den Jahren ihres wissenschaftlichen Wirkens eine große Bereicherung für jede einzelne von uns. So ‚multimodal‘ wie ihre Forschung ist auch ihr jeweiliger Beitrag im wissenschaftlichen Diskurs. Die Fähigkeit, bei all diesen Perspektiven alles in wissenschaftlicher wie auch menschlicher Hinsicht ‚zusammenzuhalten‘, ist eine ihrer wunderbarsten Eigenschaften.

Die Herausgeberinnen

Melanie Beck, Lara Billion, Marei Fetzer, Melanie Huth,
Victoria Möller, Anna-Marietha Vogler

Literatur

Basieux, P. (2012). *Abenteuer Mathematik. Brücke zwischen Wirklichkeit und Fiktion* (5. Aufl.) Heidelberg: Spektrum.

Die Schweine sind zu klein

Die Rekonstruktion mathematischer Konzepte und Gesten in einer Spiel- und Erkundungssituation im Kindergarten

1. Zur Intention des Beitrags

Wenn Schweine zu klein sind, kann das nicht nur zum Problem auf dem Bauernhof führen, sondern sogar zu einem mathematischen Problem für Kindergartenkinder. In diesem Beitrag wird eine Sequenz der mathematischen Spiel- und Erkundungssituation *Holztiere*¹, in der genau dieses Problem auftritt, aus drei mathematikdidaktischen Perspektiven betrachtet: Es werden mathematische *Konzepte der Kindergartenkinder* rekonstruiert, *Gesten der Lernenden im Zusammenspiel mit der Lautsprache* analysiert und *Gesten der begleitenden Person* in den Blick genommen. Damit sollen die vielseitigen Forschungsblickwinkel von Prof.in Dr. Rose Vogel auf mathematisches Lernen in Auszügen aufgegriffen werden. Theoretische Orientierung bieten die von ihr betreuten Dissertationen am Institut für Didaktik der Mathematik und der Informatik der Goethe-Universität Frankfurt (IDMI). Im Projekt MatheMat (Mathematisches Lernen mit Materialien) entsteht eine Promotion, bei der mathematische Deutungen von Grundschulkindern bei der Beschäftigung mit digital und analog gestalteten Materialien rekonstruiert werden (Billion, 2018; Billion & Vogel, 2019; Billion & Vogel, 2018). Die Relation von Gesten und Lautsprache in mathematischen Gesprächen Lernender wird in einem weiteren Projekt aus interaktionstheoretisch-semiotischer Sicht betrachtet (Huth, 2018). Das dritte Projekt fokussiert die Lehrendengesten bzw. die Gesten der begleitenden erwachsenen Person in mathematischen Lehr-Lern-Situationen (Möller & Vogel, 2019).

2. Einleitung

Bietet man Kindergartenkindern eine „mathematische Spiel- und Erkundungssituation“ (Vogel, 2014, S. 223; 2013, S. 209ff.; Beck & Vogel, 2017, S. 12) an, beschäftigen sie sich damit auf vielfältige Weise: Bspw. zählen und sortieren sie verfügbares Material, konstruieren Deutungen gegebener oder erzeugter Materialanordnungen, entwickeln Beschreibungen ihrer Handlungen und bewegen sich oft in verschiedenen mathemati-

1 Die Spiel- und Erkundungssituation *Holztiere* stammt aus dem erStMaL-Projekt: **early Steps in Mathematics Learning**. Als Teil des IDeA-Forschungszentrums (Center for Individual Development and Adaptive Education, gefördert von der LOEWE-Initiative des Landes Hessen) fokussierte es die mathematische Denkentwicklung von Kindern bis zum Grundschulalter (Brandt & Vogel, 2017). Prof.in Dr. Rose Vogel war maßgeblich an Projektleitung und Antragsstellung beteiligt.

schen Bereichen². Sie drücken ihre mathematischen Vorstellungen nicht nur im Modus Lautsprache, sondern bspw. auch und gerade im Umgang mit Material und ihrer Gestik aus. Der Umgang mit Material und der Gestengebrauch junger Lernender gelten als bedeutsam in der Auseinandersetzung mit mathematischen Problemen (Vogel, 2017b; Huth, 2018; Vogel & Huth, 2020). Sie sind ebenso wie der Gebrauch von Gesten durch die erwachsene Person, welche die Situation initiiert, von zentralem Interesse im vorliegenden Beitrag.

Mithilfe einer von Rose Vogel entwickelten Anpassung der Explikationsanalyse (Kontextanalyse), einem Verfahren der qualitativen Inhaltsanalyse (Vogel, 2017a; Mayring, 2015), sollen die mathematischen Konzepte der Lernenden anhand ihrer Lautsprache, des Umgangs mit Material und gestischer Äußerungen aus einer kognitionspsychologisch geprägten Perspektive rekonstruiert werden. Aus interaktionstheoretischer Sicht (Krummheuer, 1992; Huth, 2014) erfolgt die Betrachtung der Lernendengesten hinsichtlich ihrer Funktion in der mathematischen Interaktion. Eine Beschreibung der Verwendung von Gesten der begleitenden Person, mit Blick auf die Wechselwirkungen mit den Lernendengesten, schließt die analytische Betrachtung aus psychologischer Sicht ab. Folgende Forschungsfragen leiten die Analysen: 1) Welche multimodal zum Ausdruck gebrachten mathematischen Konzepte eines Lernenden lassen sich im Umgang mit dem Sortieren, Ordnen und Vergleichen von Holztieren rekonstruieren? 2) Welche Gesten der Lernenden zeigen sich in der Interaktion in Relation zur Lautsprache und welche Funktion übernehmen sie? 3) Welche Lehrendengesten werden an welchen Stellen der Interaktion erzeugt und welche Funktion erfüllen sie?

3. Mathematisches Lernen aus multimodaler Perspektive

Bei der Beschäftigung mit mathematischen Problemen nutzen Lernende vielfältige Ausdrucksweisen, die komplex ineinanderwirken und oft gleichzeitig erzeugt werden: Sie handeln mit Material, erstellen bestimmte Anordnungen, nutzen lautsprachliche Beschreibungen und verwenden Gesten, um ihre mathematische Deutung auszudrücken. Sie interagieren multimodal (Huth, 2014, 147f.). In der Mathematikdidaktik wird Multimodalität häufig als Zusammenspiel verschiedener Ausdrucksmodi verstanden (Arzarello, 2006; Radford, 2009; Farsani, 2014; Sabena, 2018).

Arzarello (2006) beschreibt in diesem Sinne die Erzeugung einer semiotischen Zeichensammlung der Interagierenden in mathematischen Lehr-Lern-Situationen (Arzarello, 2006, S. 267). Er plädiert für die Erweiterung der Sicht auf Zeichen verschiedener Ausdrucksmodi, die weniger Konventionalisierungen als bspw. die mathematische Formelsprache aufweisen. Damit sind u. a. Gesten und der Umgang mit Material gemeint. Lernende und Lehrende nutzen im Interaktionsverlauf ein Bündel gemeinsam erzeugter Zeichen, wobei dieses dynamisch und kontextgebunden sei. Lernende könnten sich

2 Mit dem Begriff der *mathematischen Bereiche* beziehen wir uns auf die im Projekt erStMaL verwendeten fünf mathematischen Bereiche: Zahlen & Operationen, Geometrie & räumliches Denken, Muster & Strukturen, Daten & Zufall und Messen & Größen (vgl. Sarama & Clements, 2008; Acar Bayraktar, Hümmer, Huth, Münz & Reimann, 2011, S. 11f.; Vogler & Beck, in diesem Band).

an fachmathematischen Zeichen der Lehrperson orientieren, welche die Zeichen der Lernenden in mathematisch adäquate Darstellungen integriere (Arzarello, Paola, Robutti & Sabena, 2009, S. 107). Radford (2009) verknüpft Multimodalität eng mit dem Denken, das eine „sophisticated semiotic coordination of speech, body, gestures, symbols and tools“ (S. 111) darstelle. Sabena (2018) betont ebenso eine kognitive Komponente: „[...] multimodality refers to the importance and mutual co-existence of a variety of cognitive, material and perceptive modalities or resources in the mathematics teaching-learning processes, and more in general in the formation of mathematical meanings.“ (Sabena, 2018, S. 542).

Aus linguistischer Perspektive weist Fricke (2012) Multimodalität als Charakteristikum des Sprachsystems von Lautsprache und Gesten nach (Fricke, 2012, S. 75). Auch Gesten könnten sprachliche Eigenschaften aufweisen und z. B. syntaktische Positionen im Satzgefüge besetzen (Fricke, 2012, S. 74ff., S. 123ff.). Huth (2018) zeigt Fricke (2012) folgend, dass auch für das Mathematiklernen eine multimodal angelegte Beschaffenheit angenommen werden kann (Huth, 2018, S. 230). Lernende nutzen Gesten nicht als beliebigen Modus zur Darstellung einer mathematischen Idee, sondern vielmehr als konstituierenden Bestandteil ihres Mathematiktreibens. Gesten würden inskriptional genutzt und zeigten Eigenschaften potentiell diagrammatischer Darstellungen (Dörfler, 2006) im Mathematiklernen (Huth, 2018, S. 229f.)³. Im Ansatz von De Freitas und Sinclair (2012) wird die Bedeutung von Diagrammen und Gesten als kreativ und schöpferisch hervorgehoben. Sie seien Quellen der Konstruktion von mathematischer Bedeutung im Lernprozess (Huth, 2018, S. 137f.). Im vorliegenden Beitrag wird die Multimodalität als Zusammenspiel verschiedener Modi betrachtet, wobei dadurch eine Rekonstruktion der mathematischen Konzepte erst möglich wird. Eine ‚modusexklusive‘ Betrachtung der Gesten von Lernenden und Lehrenden erscheint sinnvoll, um einen fachspezifischen Multimodalitätsbegriff über die Beschreibung der Bedeutung von Gesten beim Mathematiklernen anzubahnen.

4. Mathematische Konzepte und Handlungen am Material

Eine theoretische Einbindung mathematischer Konzepte hängt von der jeweiligen lerntheoretischen Rahmung ab (Prediger, 2005). Es besteht aber Konsens darüber, dass mathematische Konzepte mathematisches Denken ermöglichen, beeinflussen und auch zu Irritationen führen können, die wiederum Lernanlässe bieten (Brandt & Vogel, 2017). In der semiotischen Ausdeutung mathematischer Konzepte nach Weinberg, Fukawa-Connelly und Wiesner (2015) kommen in der Auseinandersetzung mit dem Material und der diskursiven Beschäftigung der Lernenden mit der mathematischen Aufgabe deren mathematische Konzepte zum Ausdruck (Weinberg et al., 2015, S. 235).

3 Hier, wie im Folgenden, wird mit dem Begriff der *Diagramme* auf die Semiotik von Ch. S. Peirce referiert (Dörfler, 2006; Schreiber, 2010). Diagramme sind „Gegenstände mathematischer Tätigkeit“ (Schreiber, 2010, S. 41), die aus in Relation stehenden Inskriptionen erzeugt werden. Am Diagramm kann regelgeleitet manipuliert und mathematische Einsicht gewonnen werden. Die Regeln sind zumeist interaktiv ausgehandelt und zeigen die Lesart des Diagramms.

Der Umgang mit Material im mathematischen Lernprozess ist aus psychologischer Perspektive an Anschauung und Veranschaulichung gebunden (Lorenz, 2011). Interaktionistische Ansätze erweitern diese Sicht: Fetzer (2017) betrachtet Objekte als Akteure in mathematischen Interaktionen. Vogel (2017b) weitet die Perspektive auf konkrete Handlungen am Material aus und verbindet sie mit dem semiotischen Ansatz der Diagrammazität (Dörfler, 2006). Vogel und Huth (2020) fokussieren spezifische Schnittstellen zwischen Handlungen am Material und Gesten in Funktion und Gebrauch. Um Rückschlüsse auf die Bedeutung des Materials im mathematischen Lernprozess ziehen zu können, rekonstruieren Billion und Vogel (2019) mathematische Konzepte, die durch die Auseinandersetzung der Lernenden mit dem Material zum Ausdruck kommen. In diesem Beitrag werden weniger klassische Arbeitsmittel betrachtet, sondern die Handlungen am Material. Es steht im Fokus, welche mathematischen Konzepte sich aus diesen Handlungen, der Lautsprache und den Gesten der Beteiligten rekonstruieren lassen.

4.1 Mathematische Konzepte

Mathematische Konzepte sind Vorstellungen und Deutungsmuster von Lernenden zu einem mathematischen Sachverhalt, die durch eine Aufgabe oder mathematische Situation aktiviert werden, um die Herausforderung der Aufgabe bzw. Situation bewältigen zu können. Eine Abweichung der individuell geprägten Vorstellungen der Lernenden von den intendierten mathematischen Konzepten kann zu Irritationen führen (Prediger, 2008, S. 7). Mathematisches Lernen kann in diesem Zusammenhang als eine Bewegung auf einem Kontinuum zwischen individuellen und wissenschaftlichen Konzepten verstanden werden (Vogel & Huth, 2010; Brandt & Vogel, 2017). Eine Bewegung hin zum mathematischen Gehalt der Aufgabe und die Umstrukturierung der mathematischen Vorstellungen auf Grundlage von situativen Irritationen werden als Conceptual Change (Konzeptwechsel) bezeichnet (Carey, 1985; Posner, Strike, Hewson & Gertzog, 1982). Durch solche Konzeptwechsel kommt es situativ zu einer Passung zwischen den individuellen mathematischen Vorstellungen und der mathematischen Herausforderung (Vogel, 2017a). Die Umstrukturierung der mathematischen Vorstellungen erfolgt oftmals situativ, eine stabile Umorganisation bedarf vieler Irritationen in mathematischen Situationen (Brandt & Vogel, 2017, S. 211).

4.2 Handlungen am Material

Aus semiotischer Sicht deutet Vogel (2017b) die durch Handlungen erzeugten Materialanordnungen von Lernenden als diagrammatisch. Diese werden durch interaktiv hervorgebrachte Regeln zu Darstellungssystemen entwickelt. Die Handlungen am Material werden somit zur spezifisch mathematischen Tätigkeit (Vogel, 2017b, S. 995f.). Das Regelsystem solcher Materialanordnungen ermöglicht Manipulationen und Erkenntnisgewinn im Umgang mit dem so erzeugten Diagramm. Aus kognitionspsychologi-

scher Sicht ermöglicht Material eine Externalisierung mentaler Prozesse oder mentaler Modelle und Handlungen am Material wiederum beeinflussen diese mentalen Modelle (Lorenz, 1993; Vogel, 2001; Johnson-Laird, 1983). Brandt und Vogel (2017) zeigen, dass die Theorie der *mentalen Modelle* eine von mehreren Theorien zur Erklärung des mathematischen Denkens darstellt. Durch die Handlung am Material können die mathematischen Ideen und Konzepte beeinflusst werden und es kann zu Irritationen kommen. Der wechselseitige Prozess zwischen den mentalen Modellen und den Handlungen am Material kann mathematische Denkentwicklung ermöglichen (Brandt & Vogel, 2017). Folgerichtig können die Auswahl des Materials und die daraus resultierenden Handlungen Auswirkungen auf den mathematischen Lernprozess haben und bei einer Passung mit der mathematischen Herausforderung Möglichkeiten für Lernen eröffnen. Die in der im vorliegenden Beitrag analysierten mathematischen Spiel- und Erkundungssituation (*Holztiere*) verwendeten Figuren zeichnen sich durch die gleiche Breite aus, was bspw. die Möglichkeit eines Anzahlvergleichs von zwei Tiergruppen durch das Nebeneinanderstellen und den Längenvergleich eröffnet.

5. Gesten von Lernenden und Lehrenden

Gestik wird als komplexe Bewegung in Zeit und Raum beschrieben (Sager, 2005, S. 22). Sie weist bildlichen Charakter auf und kann deiktisch präzise nicht verfügbare Gegenstände, aber auch bspw. verschiedene Positionen im Raum verorten. Gestik erzeugt mit der Lautsprache ein gemeinsames Sprachsystem (McNeill, 2005). Redebegleitende Gestik ist kein konventionalisiertes System, etwa wie die Lautsprache, auch wenn sie das Potential hat, Konventionalisierungen auszubilden, bspw. als gemeinsam festgelegte Gesten für das gleiche Gemeinte (Fricke, 2012, S. 196). Die Gestik birgt durch ihre dreidimensionale Gestalt und unmittelbare Verfügbarkeit für das Mathematiklernen das Potenzial, dieses in fundamentaler Weise mitzugestalten. Sie kann durch ihre vielfältigen Funktionen für Lernende selbst zur mathematischen Darstellung werden, an der weiter manipuliert werden kann (Huth, 2018, S. 221f.). Im vorliegenden Beitrag werden Gesten betrachtet, um rekonstruieren zu können, wie sie die mathematische Beschäftigung aller Beteiligten mitgestalten.

5.1 Gesten von Lernenden in mathematischen Situationen

Beim Mathematiklernen werden traditionell eher lautsprachliche Darstellungen in unterschiedlichen Sprachregistern (Alltags-, Unterrichts- und Fachsprache) mit dem Ziel des bewussteren Gebrauchs und der Entwicklung eines mathematischen Fachsprachenrepertoires betrachtet (Prediger, 2013, S. 167). Aus semiotischer Perspektive wird die Bedeutung von Zeichen für die Mathematik oft mit Blick auf schriftliche Zeichen betont (Dörfler, 2006; Schreiber, 2010, 14f.; Ott, 2016, S. 11). Gesten stehen dabei bisher weniger im Fokus, finden aber in neueren mathematikdidaktischen Forschungen immer häufiger Beachtung (vgl. Arzarello, 2006; Alibali & Nathan, 2012; Huth, 2014,

2017 & 2018). Dabei ist der Gebrauch von Gesten durch Lernende in mathematischen Situationen hinreichend belegt (vgl. Arzarello, 2006; Radford, 2009; Elia, Gagatsis, Michael, Georgiou & van den Heuvel-Panhuizen, 2011; Alibali & Nathan, 2012; Huth, 2017; Sabena, 2018). Eine Gestendefinition, insbesondere in Relation zu Handlungen, erweist sich als Herausforderung. Huth (2018) betont, dass der Gebrauch von Material und die Ausführung mit Armen und Händen keine sicheren Abgrenzungskriterien seien (Huth, 2018, S. 220). Vogel und Huth (2020) zeigen darüber hinaus, dass Handlungen und Gesten Lernender Schnittstellen in Chronologie, Bedeutung und Funktion in mathematischen Situationen aufweisen können. In mathematischen Auseinandersetzungen nutzen Lernende Gesten bspw. zur Darstellung mathematischer Ideen, um Regelmäßigkeiten an Diagrammen zu zeigen und um Diagramme weiterzuentwickeln. Das ‚mathematisch Gemeintee‘ ist häufig nur anhand der Gestik rekonstruierbar (Huth, 2018, S. 229f.). Bereits im Kindergartenalter werden Gesten in mathematischen Situationen erzeugt (Elia et al., 2011). Elia et al. (2011) beschreiben, dass 5-Jährige Gesten in Relation zur Lautsprache nutzen, um Gleiches und Verschiedenes gestisch auszudrücken oder die Lautsprache zu ersetzen. „[...] the children used gestures, words and artifacts [...] to make the different properties of geometrical shapes apparent, that is, to objectify mathematical knowledge.“ (Elia et al., 2011, S. 8). Gesten, die von Lernenden in mathematischen Situationen erzeugt werden, zeigen fachspezifische Bedeutungszuschreibungen und sind u. a. durch ihr Potential des diagrammatischen Gebrauchs fundamentaler Teil mathematischer Aushandlungen (Huth, 2018, S. 230).

5.2 Gesten von Lehrenden in mathematischen Situationen

Auch Lehrende nutzen in mathematischen Situationen neben der Lautsprache ihre Gestik, um bspw. mathematische Sachverhalte zu verbildlichen oder um Beiträge von Lernenden gestisch darzustellen (Alibali & Nathan, 2012; Alibali, Nathan & Fujimori, 2011; Möller & Vogel, 2019). Die Lehrendengesten unterscheiden sich dabei in ihrer Gestalt. Alibali et al. (2011, S. 223) unterscheiden *Deictic gestures*: Zeigegesten, *Representational gestures*: Handform oder Bewegung zeigt inhaltliche Bedeutung, *Hold-up gestures*: Geste, die einen Gegenstand hochhält, *Hold-up + action gestures*: Geste, die einen Gegenstand hochhält mit Bewegung, *Beat gestures*: Betonung, Sprachrhythmik und *Emblems*: festgelegte Bedeutung einer bestimmten Gestenform. Sie lehnen sich damit an die Gestendimensionen nach McNeill (1992) an, der diese ausdrücklich nicht als Kategorien bezeichnet, um Mehrfachzuordnungen zu ermöglichen (McNeill, 2005).

Basierend auf den Gestendimensionen, der begleitenden Lautsprache und dem Instruktionkontext können nach Alibali et al. (2011) Funktionen von Lehrendengesten identifiziert werden. Sowohl einzelne Lehrendengesten als auch deren Funktion werden unterschiedlich oft genutzt. Am Häufigsten nutzen Lehrpersonen Gesten, um die Aufmerksamkeit auf bestimmte Inskriptionen, Orte oder Gegenstände zu lenken (*guide attention*). In Verbindung mit *deiktischen Gesten* wird bspw. auf didaktisches oder universelles Material (z. B. Quadermodell oder Stuhl) gezeigt. Sie verweisen nicht nur auf konkret vorhandene, sondern auch auf visuell bzw. funktional ähnliche Objekte. Außer-

dem können Repräsentanten (konkret vorhandene Objekte) einer Idee oder eines nicht vorhandenen Objekts durch lautsprachliche Äußerungen und entsprechende Zeigege-
sten definiert werden. Seltener genutzt werden Gesten, die die Bedeutung unterstreichen (*expressing emphasis*). Hierzu werden meist *beat*-Gesten, ein rhythmisches Auf- und Abbewegen eines einzelnen Fingers oder der ganzen Hand, genutzt. Inhalte werden oft durch das Hochhalten und Manipulieren von Materialien vermittelt (*convey information, hold-up + action*). Hochhalte-Gesten sind vor allem in großen Klassenräumen hilfreich, um Material und Manipulationen für alle sichtbar zu machen. Die Gestengestalt *hold-up* zeichnet sich durch das Hochhalten eines Objekts ohne Manipulation daran aus. Eine zentrale, aber seltene Funktion von Lehrendengesten ist das Lenken und Regulieren der Interaktion im Klassenraum (*managing interaction*). Hierzu können *Emblems* dienen, Gesten mit konventionalisiertem Charakter (bspw. erhobene flache Hand, Handinnenfläche zeigt von Lehrperson weg; fordert die sofortige Unterbrechung der aktuellen Handlung ein; Alibali et al., 2011).

6. Frühes mathematisches Lernen aus drei Perspektiven: die Situation Holztiere im Kindergarten

Es soll eine ausgewählte Sequenz aus der Spiel- und Erkundungssituation *Holztiere* des erStMaL-Projekts im mathematischen Bereich *Zahlen und Operationen* aus den theoretisch eröffneten Perspektiven – Rekonstruktion der Konzepte und Gesten – analytisch betrachtet werden. Zunächst folgen Informationen zur ausgewählten Sequenz und das zugrunde gelegte Transkript. Im Anschluss werden die Analyseverfahren kurz vorgestellt und am Beispiel durchgeführt.

6.1 Einleitende Informationen

Die Sequenz (insgesamt Min. 13:24–15:26, hier als Ausschnitt ab Minute 14:33) wird von vier Kindergartenkindern (4,7 Jahre) und einer sie begleitenden erwachsenen Person (B) gestaltet.⁴ Es wird mit Holztieren in verschiedenen Farben, Anzahlen und Formen in gleicher Breite aber verschiedenem Maßstab hantiert. Zusätzlich stehen vier Menschenfiguren zur Verfügung (vgl. Abb. 1).

Die begleitende Person wurde für die Inszenierung der Situation anhand eines „Mathematischen Situationspatterns“ (Vogel, 2014, S. 232ff.; Vogler & Beck, in diesem Band) geschult. Diese Art der Beschreibung und Konzeption von Spiel- und Erkundungssituationen wurde vornehmlich von Rose Vogel entwickelt (Vogel, 2014; Beck & Vogel, 2017, S. 12f.). Das „Mathematische Situationspattern“ (Vogel, 2014, S. 232ff.) enthält einheitliche Beschreibungskategorien, die zur Entwicklung und Beschreibung der Situation und zur Schulung pädagogischer Fachkräfte dienen (Vogel, 2014, S. 233).

4 In Brandt und Krummheuer (2013) wird ein Kind dieser Situation näher in seiner mathematischen Denkentwicklung beschrieben.



Abbildung 1: Die in der Situation verwendeten Holzfiguren

6.1.1 Beschreibung der Ausgangssituation und Situationskizze

Zu Beginn der Spiel- und Erkundungssituation bietet die begleitende Person (B) den Kindern eine große Menge unterschiedlicher Holztiere an (vgl. Abb. 1). Nachdem jedes Kind bereits aus dem Material lückenlos und aneinander ausgerichtete Reihen, nach Tierarten sortiert, erzeugt hat und Nabil seine Reihung anschließend auflöst, konstruiert B eine Streitszene zwischen zwei Bauernfiguren über die Anzahl von Hunden und Kamelen (ab Min. 13:40). Anja und Rigon bringen einen weiteren Protagonisten ein: den dritten Bauer, verbunden mit der Frage, was dieser sagen könnte. Abbildung 2 zeigt die Situationskizze. Auf der Matte in der Mitte befinden sich zwei gelbe Bauernfiguren und ein schwarzer Hahn. Zwei weitere Bauernfiguren liegen zwischen Anja und Rigon. Vor Anja und B liegt eine ungeordnete Menge roter Katzen und rosafarbener Schweine. B stellt die roten Katzen vor Anja auf der Matte lückenlos aneinander in einer Reihe auf (ca. bis Min. 13:30). In gleicher Weise stellt Anja die Schweine vor sich auf. Vor Rigon befindet sich eine ebensolche Reihe aus grünen und blauen Hundefiguren, die ein Muster mit der sich wiederholenden Einheit *grün, blau (g,b)* bilden. Rechts daneben sind blaue Nilpferde in zwei Reihen aufgestellt. Vor Nadine ist die längste Tierreihe nach Tierarten sortiert und lückenlos aneinander ausgerichtet aufgestellt (v. l. aus ihrer Sicht: Kamele, Gänse, Giraffen, Hühner). Vor Nabil liegen alle grünen Löwenfiguren in einer kreisförmig angeordneten Menge flach auf dem Tisch auf.

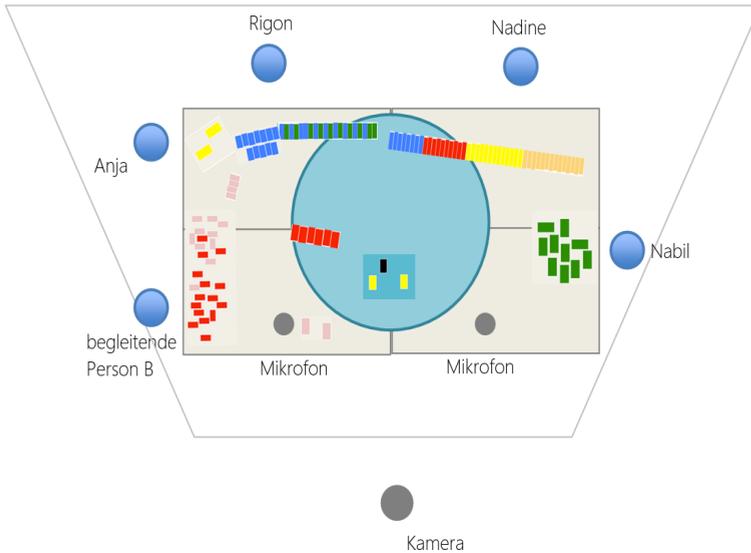


Abbildung 2: Situationskizze

6.1.2 Transkriptionslegende und im Transkript benannte Handformen

Spalte 1	Äußerungsnummerierung; Angabe der möglicherweise wegen sich überschneidender Äußerungen auf mehrere Zeilen aufgeteilten Äußerungsteile a, b, ... durch z.B. (a-c); Zeitangabe
Spalte 2	Namenskürzel: B= begleitende Person, A = Anja, R = Rigon, N = Nadine, Nb = Nabil; Partiturschreibweise: [gs] und [ls] für gestische und gleichzeitige lautsprachliche Äußerung, zeitgleich zu lesen; Zeilennummerierung für die Beschreibungen der Körperbewegungen. Bei Äußerungen, die über mehrere Zeilen notiert sind, erfolgt eine fortlaufende Nummerierung; Angabe sich überschneidender Äußerungen mit > bzw. <
Spalte 3	Äußerungen: gestische Zeichen-Ziffernfolge und Lautsprache als Partitur und textliche Beschreibung der Körperbewegungen und Positionsangaben. Der Text ist zeilenweise nummeriert zum Zwecke des Verweizens in der Analyse. Verweise in der Analyse benennen zuerst die Äußerungsnummer und anschließend die entsprechende Zeilennummer der Beschreibungen, z.B. 1a.9 → Äußerung 1, Teil a, Zeile 9 der körpersprachl. Beschreibung
°	Anfangs bzw. Endpunkt einer Geste und Nummerierung der Gestensignifikanzpunkte in der Bewegung; notiert in der gestischen Äußerungszeile, verknüpft mit der Beschreibung der Körperbewegungen durch z.B. (°) oder auch (1) im Text.
1, 2, ..., n	
z.B. 1.	Punkt nach ° oder einer Ziffer steht für die Fixierung der Gestenposition
-----	Bewegungen zwischen den Signifikanzpunkten der Gesten, die keine Aussage über die Dauer der Bewegung treffen. Sie dienen zur Umsetzung der grafischen Synchronisierung mit der zeitgleichen Lautsprache und möglichen zeitgleichen Folge- oder vorausgehenden Äußerungen
fett	Besonders betont gesprochene Äußerungsteile
/ oder \	Stimmhebung oder Stimmensenkung
-	Stimme bleibt in der Schwebe
(.) (..) (...)	Pausenangabe: Jeder Punkt steht für eine Sekunde Pause
Äußerungsteil in Klammern	Nicht sicher verständlicher Äußerungsteil, der vermutlich die in Klammern gesetzte Lautfolge enthält
z.B. (unverständlich) oder (lächelt)	Angaben zur Art der Aussprache oder zu besonderen Mundbewegungen oder zu Äußerungsteilen, die unverständlich auf der Aufnahme, die als Transkriptvorlage dient, sind
gesperrt	Langgezogen ausgesprochene Äußerungsteile
#	Eine nachfolgende oder vorausgehende Äußerung knüpft unmittelbar an

Abbildung 3: Transkriptionslegende

<p>Staffelhand Entspannte Handhaltung ohne Anstrengung der Handmuskeln, z.B.</p> 	<p>G-Hand Zeigende Handformen, prototypisch mit dem Zeigefinger und angewinkelten restl. Fingern z.B.</p> 	<p>C-Hand Aus dem Fingeralphabet der Deutschen Gebärdensprache entlehnt, bildet ein C nach, weniger Muskelanspannung als bei Greifhand z.B.</p> 	<p>Faust Jegliche Art von Fäusten, unabhängig davon, welche Position der Daumen oder die Hand einnehmen z.B.</p> 
<p>Greifhand Fortführung der Staffelhand durch Anspannung der Fingermuskulatur z.B.</p> 	<p>Spreizhand Alle Finger sind gestreckt und abgespreizt, Anspannung der Fingermuskulatur z.B.</p> 	<p>Schaufelhand Die Hand ist geöffnet und gekrümmt wie eine Schaufel, die Handfläche weist typischerweise nach oben, kann aber auch seitlich ausgerichtet sein, z.B.</p> 	<p>Gebetshände flach Die Hände sind wie zum Gebet gefaltet. Die Hände liegen flach mit den Handflächen aneinander, z.B.</p> 

Abbildung 4: Im Transkript verwendete und benannte Handformen

6.1.3 Ausschnitte der Transkriptsequenz

Tabelle 1: Transkriptausschnitt der analysierten Sequenz, Min. 14:33–15:26

Äußerung Zeit	Namenskürzel Zeitenummerierung	Äußerung: gestische und lautsprachliche Partitur und Beschreibung der Arm- und Handbewegungen sowie weiterer Körperbewegungen und Positionsangaben
29b (a-b)	Nb[gs] Nb[ls]	-----2-----3-----4-----5-----6----- ^o Na no dann diese Swayne nis so gehört da
14:33	8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23	Nabil löst sich aus der links auf dem Tisch aufgestützten und rechts in G-Handform nach oben weisenden Position, führt beide Hände ruckartig zur Tischmitte an den Rand der dort liegenden türkisfarbenen Matte, beide Hände umfassen den Rand der Matte, so dass die rechte Hand mit dem Handrücken auf dem Tisch unter der Matte und die linke Hand unmittelbar daneben mit der Handfläche auf der Matte aufgelegt wird. Die linke Hand umfasst den Rand der Matte, so dass der Daumen unter, die restlichen Finger auf der Matte abgelegt sind. Die Ellenbogen sind links und rechts aufgestützt, die Unterarme sind auf dem Tisch aufgelegt, der Oberkörper ist über die Tischkante nach vorne gebeugt, der Blick in Richtung Bs Arbeitsbereich gerichtet. Die ungeordnete Menge grüner Löwen befindet sich unterhalb von Nabils Brustbereich (2). Nabil löst seine linke Hand vom Umfassen des Mattenrandes und legt sie in einer Flachhand mit angewinkeltem kleinen Finger auf die Matte, Handfläche auf der Matte aufliegend, Finger zu Anja/B weisend (3), er vollzieht zwei Greifbewegungen mit der linken Hand an dieser Stelle der Matte, wobei der Daumen unter die Matte greift und diese damit zweimal angehoben wird (4,5). Nabil dreht seine linke Hand nach links, so dass die Handfläche nach oben bzw. zu Nadine weist, die Hand wird in Staffelhåndform gehalten, der Daumen ist abgespreizt (6). Nabil dreht die linke Hand nach rechts, legt sie auf der Matte ab(°)
31 14:39	B[gs] B[ls]	Die gehörn da nicht hin/ B schaut zu Nabil, bleibt ansonsten in unveränderter Körperhaltung
32 14:40	Nb[gs] Nb[ls]	1 Nabil bewegt seinen Kopf nach oben und unten, bleibt ansonsten in unveränderter Körperhaltung 2
33 14:41	B[gs] B[ls]	Warum nicht/ 1 B bleibt in unveränderter Körperhaltung
34 14:44	Nb[gs] Nb[ls]	^o --1-----2---3--4--5--6--7-----8----- ^o Nan dann so gleis 1 Nabil startet (°) und dreht die linke Hand in gleicher Position wie zuvor nach links auf, Handfläche weist zur Raumdecke (1). Anschließend wird die Hand nach rechts gedreht und auf die Matte gelegt, sie umfasst den Rand der Matte so, dass der Daumen unter der Matte liegt und die anderen Finger von oben auf der Matte (2). Nabil vollzieht zwei Greifbewegungen mit der linken Hand an dieser Stelle der Matte, wobei der Daumen immer unter die Matte greift und diese damit zweimal angehoben wird (3,4), anschließend löst er dieses Umfassen, dabei berühren sich die Fingerspitzen der Hand, die Hand wird nach links aufgedreht so dass die Handfläche nach oben bzw. zu Nadine weist, die Hand wird in Staffelhåndform gehalten, der Daumen ist abgespreizt (5). Nabil dreht die Hand nach rechts mit der Handfläche zur Matte weisend, vollzieht eine Greifbewegung mit der linken Hand am Mattenrand (6) lässt die Matte los und läuft raupenartig mit der Hand in Richtung Anja, streckt dabei seinen linken Arm vollständig aus, der Kopf und der Oberkörper werden nach unten zur Tischplatte gesenkt, die Hand in einer Flachhandform mit den Fingerspitzen zu Anja bzw. ihrem Arbeitsbereich weisend abgelegt, Handfläche auf der Matte (7). Die rechte Hand wird unter der Matte durch eine Drehung nach links herausgeholt und die legt sich mit gestrecktem Arm auf die linke Hand von oben auf, Handfläche der rechten Hand auf dem Handrücken der linken Hand aufliegend, die Unterarme überkreuzen sich auf Höhe der Handgelenke (°)
35 14:47	B[gs] B[ls]	Mh/ 1 B bleibt in unveränderter Arm- und Handhaltung, beugt ihren Oberkörper in Richtung Nabil

36a	Nb[gs]	°---- --2----3-----
(a-c)	Nb[ls]	Da nis gleis
14:49	1	Nabil schaut weiterhin in den Arbeitsbereich vor Anja, startet (°) und löst die übereinanderliegenden Hände voneinander, die linke Hand verbleibt in Staffelform mit dem Unterarm auf dem Tisch aufgelegt und etwas angewinkeltem Ellenbogen, der auf dem Tisch aufgestützt ist, am Rand der Matte, Handfläche zum Tisch weisend. Die rechte Hand wird mit dem gesamten gestreckten Arm auf ca. 25cm in G-Handform angehoben mit ausgestrecktem Zeigefinger und in Richtung Anja bzw. B gerichtet, die Handfläche weist zur Tischplatte (1). Der Zeigefinger zeichnet eine Halbkreislinie in die Luft von links nach rechts, der Halbkreis ist zur Tischplatte hin geöffnet (2), die Hand wird nach unten auf die Matte geführt an den Rand zur linken Hand. Der Rand wird vom Daumen der linken Hand umgebogen, die rechte Hand legt sich auf das umgebogene Stück der Matte in einer nicht angespannten Spreizhand ab, der rechte Arm bleibt ausgestreckt und wird über der Tischplatte in ca. 10cm Höhe gehalten, der linke Unterarm ist weiter auf der Tischplatte aufgelegt, Ellenbogen aufgestützt und etwas angewinkelt (3)
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
	11	
	12	
	13	
37	B[gs]	
14:51	B[ls]	Die sind alle gleich die Schweine/
	1	B wendet ihren Blick von Nabil nach links unten auf Anjas Arbeitsbereich, verbleibt ansonsten in unveränderter Körperposition
	2	
36b	Nb[gs]	---4-----5-----6-----
(a-c)	Nb[ls]	Eh e- (.) das
14:52	14	Nabil formt mit der rechten Hand eine Spreizhandform, so dass die Fingerspitzen die Matte berühren, der Handballen in der Luft gehalten wird, der kleine Finger wird entlang des umgebogenen Randes der Matte gehalten. Gleichzeitig formt Nabil mit der linken Hand eine G-Handform mit ausgestrecktem Zeigefinger, hebt den gesamten linken Arm vom Tisch auf ca. 20cm an, der Arm wird ausgestreckt. Die Handfläche weist zu Nadine (4). Die linke Hand wird auf die Matte geführt, der Unterarm auf dem Tisch abgelegt, der Ellenbogen ist leicht angewinkelt, die linke Hand wird in Schaufelhandform unter die rechte Hand geführt und hält diese auf der Handfläche. Der Handrücken der linken Hand liegt auf der Matte auf, die Finger der rechten Hand werden locker angewinkelt bis auf den weiterhin ausgestreckten kleinen Finger am Rand der umgebogenen Matte (5). Die rechte Hand wird zu einer Spreizhand geformt, die Fingerglieder auf der Matte aufgelegt, der Handballen bleibt auf der linken Hand, der Daumen der linken Hand liegt auf dem Handgelenk der rechten Hand (6)
	15	
	16	
	17	
	18	
	19	
	20	
	21	
	22	
	23	
	24	
	25	
	38	<R[gs]
14:55	<R[ls]	Die\
	1	Rigon startet und löst die umfassende Handposition (°), streckt seinen rechten Arm nach rechts in Richtung Anja aus und ergreift von oben in einer Greifhandform die näher an Anja liegende gelbe Bauernfigur (1), hebt sie auf ca. 15cm an, so dass sein Daumen an der einen Seite der Figur, die restlichen Finger an der gegenüberliegenden Seite anliegen, die Handfläche weist zur Kamera, so dass die Figur sichtbar ist. Rigon schaut zu B. Sein Oberarm ist auf der Tischkante aufgestützt, der restliche Arm vom Tisch angehoben (2), Rigon stellt die Figur auf dem Tisch auf (3), löst seine Hand von der Figur, stützt seinen rechten Ellenbogen auf der Tischplatte auf und führt seine Hand in Staffelform rechts neben sein Gesicht ungefähr auf Ohrhöhe. Seine Handfläche weist zur Kamera, das Handgelenk ist in Verlängerung des Unterarms gestreckt. Rigon blickt zu Nabil (4). Rigon führt die rechte Hand zur linken auf der Tischkante in Verlängerung des linken Unterarms liegenden Hand. Die Hände umfassen sich, die rechte Hand liegt oben auf (5). Rigon bewegt seine Hände umeinander, führt dann die rechte Hand an die rechte Seite seines Kinns in Faustform und zwar so, dass der Daumen an der Wange spielt, die restlichen Finger sind angewinkelt, die Handfläche weist zur Kamera (°)
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
	11	
	12	
	13	
	14	
Fortsetzung nach 24	<A[gs]	°----- -----2-----3-----°
14:56	<A[ls]	
	7	Anja startet und (°) ergreift mit links die zuvor von ihr abgelegte Bauernfigur und hebt sie an (1), führt die Hand zur weiteren dort liegenden Bauernfigur und verschiebt sie wenige Zentimeter zu Rigon (2) stellt eine weitere Schweinefigur beidhändig auf, links mit einer Bauernfigur in der Hand (3), führt die linke Hand nach links und ergreift auch die zweite Bauernfigur (4) hält nun beide Figuren in der linken Hand und stellt rechts weitere Schweinefiguren an die Reihe an bis Min 15:26 (°)
	8	
	9	
	10	
11		
12		

39	B[gs]	°----- -----°
	B[ls]	Ach die Menschen\ die gehörn da nicht dazu meinst du\
	1	B startet (°), richtet sich auf, blickt zu Nabil, ihr Oberkörper wird nach hinten geführt, die
	2 3 4	Hände nach hinten vom Tisch gelöst, bleiben bis auf Bauchhöhe in unveränderter Position aufeinandergelegt (1), werden anschließend voneinander gelöst, nach unten geführt und in flachen Gebetshänden zwischen die Oberschenkel geschoben, B neigt ihren Kopf nach links (°)
36c (a-c)	Nb[gs]	-----7-----8-----9-----10----- -----°
	Nb[ls]	Nein daa aas\
14:59	26	Nabil verschiebt beide Hände wenige Zentimeter in Richtung seines Oberkörpers, die rechte
	27	Hand lässt die Matte los und legt sich in einer Spreizhand flach auf der Matte ab, die linke Hand
	28	bleibt seitlich am Handgelenk der rechten Hand angelegt, die Fingerspitzen berühren das
	29	rechte Handgelenk. Die linke Hand ist im Handgelenk 90° angewinkelt, so dass die Handfläche
	30	zu Nabils Oberkörper weist und liegt mit der Handkante auf dem Tisch auf, der linke Arm ist
	31	nahezu ausgestreckt, der rechte Arm ist ausgestreckt und wird in der Luft gehalten und fixiert
	32	(7.) Nabil streckt das linke Handgelenk, so dass die Hand in Verlängerung zum Unterarm
	33	neben der rechten Hand auf der Matte zum Liegen kommt. Sie ist weiterhin mit der
	34	Handkante auf dem Tisch aufgelegt (8). Mit der rechten Hand wird eine G-Handform erzeugt
	35	mit nicht ganz ausgestrecktem Zeigefinger, gleichzeitig wird die linke Hand nach rechts
	36	gedreht, so dass die Handfläche zur Tischplatte weist. Die linke Hand formt eine G-Handform
37	mit ausgestrecktem Zeigefinger, der im 45° Winkel nach oben weist (9). Die G-Handform	
38	rechts wird aufgelöst, die Hand bleibt in Staffelform auf der gleichen Position auf der	
39	Matte liegen, Handfläche zur Tischplatte weisend. Links wird der Zeigefinger kurz angewinkelt	
40	und berührt mit der Fingerspitze die Matte (10). Die rechte Hand bleibt unverändert, die linke	
41	Hand wird unmittelbar zur G-Hand geformt mit ausgestrecktem Zeigefinger (11). Die G-	
42	Handform links wird aufgelöst, die Hand zur rechten Hand geführt, die Handflächen weisen	
43	zueinander, die Handkanten auf dem Tisch, die Fingerspitzen der Hände berühren sich (°)	
40a (a-c)	<B[gs]	°----- -----2-----
	<B[ls]	Des musst du mir nochmal erklärn\
15:03	1	B startet mit den Gebetshänden zwischen den Beinen (°), ihre linke Hand verbleibt auf dem
	2	Schoß, die rechte Hand wird nach oben auf den Tisch geführt, der Arm nahezu ausgestreckt.
	3	Die Hand wird in Greifhandform zur näher an B liegenden Bauernfigur in der Mitte der Matte
	4	geführt, umfasst diese Figur und stellt sie auf (1). B führt die rechte Hand in Greifhandform zur
	5	zweiten Bauernfigur, dabei fällt die soeben aufgestellte Bauernfigur um. B umfasst die zweite
	6	Bauernfigur, hebt sie an und stellt sie etwas näher zur ersten Bauernfigur ab, blickt dabei auf
	7	die vor ihr liegende ungeordnete Menge an roten Katzenfiguren (2)
41a (a-b)	<Nb[gs]	°----- -----2---3-----
	<Nb[ls]	Da s hinten \
15:05	1	Nabil startet (°) und löst die linke Hand von der rechten Hand. Die rechte Hand bleibt in
	2	Faustform auf dem Tisch liegen, Handfläche zur Tischplatte weisend. Nabil formt ruckartig mit
	3	der linken Hand eine G-Handform, dreht die Hand nach rechts, die Hand liegt mit der
	4	Handkante auf dem Tisch auf, der Zeigefinger ist ausgestreckt und zeigt auf Bs und Anjas
	5	Arbeitsbereich (1). Die linke Hand wird vom Tisch auf ca. 10cm angehoben mit dem gesamten
	6	Arm, der vollständig gestreckt ist. Nabil bewegt seinen Oberkörper mit der Armstreckung
	7	etwas nach vorne, der Zeigefinger zeigt zunächst leicht nach oben, dann nach unten auf den
	8	Arbeitsbereich vor B und Anja (2). Die G-Handform der linken Hand wird aufgelöst, die Hand
	9	und der Unterarm werden hörbar auf den Tisch aufgelegt, Hand in Staffelform, Handfläche
	10	zum Tisch, Finger in Richtung Anja und B weisend. Die linke Hand liegt versetzt zur rechten
	11	Hand näher an B und Anja. Die rechte Hand wird ebenfalls in Staffelform gebracht, die
	12	Finger weisen Richtung Anja und B. Sie liegt auf Handgelenkhöhe neben der linken Hand,
	13	Handfläche zum Tisch weisend (3)
40b (a-c)	B[gs]	---3-----
	B[ls]	Hier die Katzn \
15:06	8	B führt die rechte Hand in einer bogenförmigen Bewegung in Greifhandform zu der
	9	ungeordneten Menge roter Katzenfiguren vor sich, umfasst ein nahe der Matte liegendes Tier
	10	von oben und hebt es an (3)

41b (a-b)	Nb[gs]	-4---°
	Nb[ls]	Ja\
15:08	14	Nabil hebt seine rechte Hand an, bringt sie zur linken Hand und dreht sie dabei um 180° nach rechts, so dass die Handfläche der rechten Hand nach oben weist. Er formt für einen kurzen Moment eine Flachhand. Die linke Hand wird zeitgleich mit den Fingerkuppen auf der Matte aufgesetzt, dann nach links gedreht, so dass sie mit der Handkante auf dem Tisch aufliegt, die Handfläche zur rechten Hand weisend, die Hand formt eine Schaufelhand (4) Beide Hände werden in Schaufelhandform ineinandergelegt und zwar so, dass die rechte Hand mit der Handkante auf dem Tisch aufliegt und die linke Hand, die ebenfalls seitlich mit der Handkante auf dem Tisch aufliegt, umschließt, so dass der Handrücken der rechten Hand zu Anja und Rigon weist, der Handrücken der linken Hand an der Handfläche der rechten Hand anliegt, die Daumen berühren sich an den Fingerspitzen, diese Position wird fixiert (°)
	15	
	16	
	17	
	18	
	19	
	20	
	21	
40c (a-c)	B[gs]	--4-----°
	B[ls]	Die gehören da nicht dazu\
15:09	11	B stellt die eben angehobene Katzenfigur auf (4), führt ihre Hand weiterhin in Greifhandform nach rechts und berührt von oben die ungeordnete Menge roter Katzen mit ihren Fingerspitzen (°)
	12	
	13	
42	<Nb[gs]	
	<Nb[ls]	
15:11	1	Nabil bewegt den Kopf mehrmals nach links und rechts, die restliche Körperhaltung bleibt unverändert.
	2	
43	<B[gs]	°--- -----2-----3-----°
	<B[ls]	Warum nich\
15:11	1	B schaut zu Nabil, startet (°) und hebt eine weitere rote Katzenfigur an (1), dreht sie in ihrer rechten Hand (2), stößt die Figur einmal hörbar auf dem Tisch auf (3) stellt die Figur auf (°)
	2	
44	Nb[gs]	°-----1----2----°
	Nb[ls]	Die nis passen
15:13	1	Nabil startet (°) und führt die Hände wenige Zentimeter ohne sie anzuheben jeweils nach links und rechts außen, die Hände öffnen sich dabei zu einer Flachhand (1). Die Hände werden zusammengeführt in Flachhandform, so dass die Handflächen aneinander, die Handkanten weiter auf dem Tisch aufliegen (2), die linke Hand wird zu einer lockeren Faust geformt, Handfläche zum Tisch weisend, der Zeigefinger und der Daumen werden abgespreizt ohne sie vollständig zu strecken. Die rechte Hand umfasst die linke, der Handrücken weist zu Rigon (°)
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
45	B[gs]	
	B[ls]	Die passen nicht dazu /
15:15	1	B bewegt den Kopf in einer schnellen Bewegung nach links und nach rechts, verbleibt ansonsten in unveränderter Körperposition
	2	
46	Nb[gs]	
	Nb[ls]	
15:16	1	Nabil bewegt den Kopf mehrmals nach links und rechts, die restliche Körperhaltung bleibt unverändert
	2	
47a (a-d)	B[gs]	°----- -----2-----3-----
	B[ls]	Zu den- zu den Schweinen \
15:17	1	B startet (°), hebt die rechte Hand von der eben aufgestellten Katzenfigur an, formt eine Greifhandform, bewegt die Hand nach links, umgreift von oben eine dort in ungeordneter Menge liegende rosafarbene Schweinefigur (1), hebt sie auf ca. 10cm an (2), führt sie unmittelbar zurück zum Tisch und stellt sie dort auf (3)
	2	
	3	
	4	
48	Nb[gs]	
	Nb[ls]	Ja\
15:19	1	Nabils Körperhaltung bleibt unverändert
47b (a-d)	B[gs]	-----4-----
	B[ls]	Und warum\
15:20	5	B bewegt die rechte Hand nach rechts über die ungeordnete Menge roter Katzenfiguren und hält die Hand in Greifhandform unmittelbar oberhalb der Figuren, die Fingerspitzen berühren die Figuren von oben, der kleine Finger ist ausgestreckt (4)
	6	
	7	
49	Nb[gs]	
	Nb[ls]	Die klein\
15:21	1	Nabils Körperhaltung bleibt unverändert

47c (a-d)	B[gs]	-----5-----6-----
	B[ls]	(atmet hörbar ein) Die Schweine sind zu klein \ (.)
15:22	8	B hebt die rechte Hand von den Katzenfiguren an, bleibt in Greifhandform, bewegt die Hand in Richtung ihres Oberkörpers und nach links, hält die Hand oberhalb der ungeordneten Menge rosafarbener Schweine, formt eine G-Handform mit ausgestrecktem Zeigefinger und zeigt in Richtung des dort zuvor aufgestellten Schweines (5), winkelt den Zeigefinger unmittelbar danach an, zieht die Hand in Richtung ihres Oberkörpers zurück, der Unterarm wird entlang der Tischkante aufgelegt, die Hand in ca. 10cm Höhe über der Tischkante gehalten, die Handfläche weist zur Tischplatte, das Handgelenk ist leicht nach oben angewinkelt (6)
	9	
	10	
	11	
	12	
	14	
50	Nb[gs]	-----
	Nb[ls]	
15:25	1	Nabil bewegt den Kopf mehrmals nach oben und unten, die restliche Körperhaltung bleibt unverändert
	2	
47d (a-d)	B[gs]	-----°
	B[ls]	meinst du!
15:26	15	B richtet sich im Oberkörper auf, führt die rechte Hand auf ihren Schoß (°)

6.2 Perspektive 1: Rekonstruktion mathematischer Konzepte

Für die Rekonstruktion mathematischer Vorstellungen ist die von Prediger (2008, S. 7) angeregte Kontrastierung der *individuellen mathematischen Konzepte* mit den *intendierten mathematischen Konzepten* hilfreich (Vogel & Huth, 2010). Letztere werden als Referenzrahmen genutzt und den in der mathematischen Situation wirksam werdenden *individuellen mathematischen Konzepten* der Lernenden gegenübergestellt (Brandt & Vogel, 2017, S. 211). Im Prozess dieses aufeinander Bezogenenseins können die individuellen Konzepte der Lernenden rekonstruiert werden. Für eine solche Kontrastierung hat Rose Vogel das Analyseverfahren der Explikations- oder Kontextanalyse von Mayring (2015, S. 67) im Kontext des Conceptual-Change-Ansatzes für die Analyse multimodaler Äußerungen angepasst (Vogel, 2017a, S. 67). Die Kontextanalyse hat ursprünglich zum Ziel, durch die Hinzunahme von zusätzlichem Material, bspw. weiterer Transkriptstellen oder Arbeitsprodukte, eine Textstelle verständlich zu machen und zu explizieren (Mayring, 2015, S. 90). Es wird dabei zwischen enger und weiter Kontextanalyse unterschieden. Bei der Anpassung der Explikationsanalyse nach Vogel (2017a) werden mit dem Ziel der Rekonstruktion von individuellen mathematischen Konzepten die multimodalen Äußerungen der Lernenden mit den *intendierten mathematischen Konzepten* kontrastiert. Hierzu wird eine Äußerung aus der mathematischen Situation (dokumentiert in einem Transkript) zu Beginn der Analyse ausgewählt, die in der Kontrastierung mit den intendierten mathematischen Konzepten ausgedeutet wird. Diese Ausdeutung bildet den Kristallisationspunkt für den weiteren Rekonstruktionsprozess. Durch Hinzunahme weiterer multimodaler Äußerungen des*der Lernenden wird sein*ihre individuelles mathematisches Konzept immer weiter ausdifferenziert. Die Analyseschritte wurden von Vogel (2017a) ausführlich beschrieben. In diesem Beitrag werden diese Analyseschritte auf das vorliegende Beispiel ausschnittsweise angewendet.