

Hildesheimer Studien  
zur Mathematikdidaktik

RESEARCH

Sandra Strunk · Julia Wichers

# Problembasiertes Lernen im Mathematikunterricht der Grundschule

Entwicklung und Evaluation des  
Unterrichtskonzepts ELIF



Springer Spektrum

---

# **Hildesheimer Studien zur Mathematikdidaktik**

## **Reihe herausgegeben von**

Barbara Schmidt-Thieme, Universität Hildesheim, Hildesheim, Niedersachsen,  
Deutschland

Boris Girnat, Mathematik und Angewandte Informatik, University of Hildesheim,  
Hildesheim, Niedersachsen, Deutschland

Die Hildesheimer Schriften zur Didaktik der Mathematik und Informatik bilden eine fortlaufende Reihe von Veröffentlichungen zur Mathematik- und Informatikdidaktik und zu interdisziplinären und fächerübergreifenden Themen mit Bezug zu den zugehörigen Fachwissenschaften, der Geschichte der Fächer, zu anderen Fachdidaktiken und den Bildungswissenschaften. Sie umfasst herausragende Qualifikationsarbeiten des wissenschaftlichen Nachwuchses, sowie Tagungs- und thematisch orientierte Sammelbände auf diesen Gebieten. Sie ist inhaltlich und methodologisch breit aufgestellt und hat das Ziel, aktuelle Entwicklungen der beiden Didaktiken für Forschung und Praxis zugänglich zu machen.

Weitere Bände in der Reihe <http://www.springer.com/series/16430>

---

Sandra Strunk · Julia Wichers

# Problembasiertes Lernen im Mathematikunterricht der Grundschule

Entwicklung und Evaluation des  
Unterrichtskonzepts ELIF



Springer Spektrum

Sandra Strunk  
Hildesheim, Deutschland

Julia Wichers  
Hildesheim, Deutschland

Von der Universität Hildesheim genehmigte Dissertation, 2020

ISSN 2662-5008

ISSN 2662-5016 (electronic)

Hildesheimer Studien zur Mathematikdidaktik

ISBN 978-3-658-32026-3

ISBN 978-3-658-32027-0 (eBook)

<https://doi.org/10.1007/978-3-658-32027-0>

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

© Der/die Herausgeber bzw. der/die Autor(en), exklusiv lizenziert durch Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH, ein Teil von Springer Nature 2020, korrigierte Publikation 2021

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von allgemein beschreibenden Bezeichnungen, Marken, Unternehmensnamen etc. in diesem Werk bedeutet nicht, dass diese frei durch jedermann benutzt werden dürfen. Die Berechtigung zur Benutzung unterliegt, auch ohne gesonderten Hinweis hierzu, den Regeln des Markenrechts. Die Rechte des jeweiligen Zeicheninhabers sind zu beachten.

Der Verlag, die Autoren und die Herausgeber gehen davon aus, dass die Angaben und Informationen in diesem Werk zum Zeitpunkt der Veröffentlichung vollständig und korrekt sind. Weder der Verlag, noch die Autoren oder die Herausgeber übernehmen, ausdrücklich oder implizit, Gewähr für den Inhalt des Werkes, etwaige Fehler oder Äußerungen. Der Verlag bleibt im Hinblick auf geografische Zuordnungen und Gebietsbezeichnungen in veröffentlichten Karten und Institutionsadressen neutral.

Planung/Lektorat: Marija Kojic

Springer Spektrum ist ein Imprint der eingetragenen Gesellschaft Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH und ist ein Teil von Springer Nature.

Die Anschrift der Gesellschaft ist: Abraham-Lincoln-Str. 46, 65189 Wiesbaden, Germany

---

Die Originalversion des Buchs wurde revidiert. Ein Erratum ist verfügbar unter [https://doi.org/10.1007/978-3-658-32027-0\\_14](https://doi.org/10.1007/978-3-658-32027-0_14)

---

# Danksagungen

An dieser Stelle möchten wir den Personen danken, die uns während der Erarbeitung unserer Dissertation auf verschiedenste Weise unterstützt haben.

Ein besonderer Dank gilt unseren Eltern (Elisabeth und Norbert sowie Claudia und Burkhard), Geschwistern (Ann-Kathrin und Niklas sowie Lukas), Partnern (Marvin und Felix) und Freunden, die uns während dieser Zeit durch liebe Worte, viel Verständnis, ein offenes Ohr und den ein oder anderen Hinweis unterstützt haben.

Wir danken außerdem den Lehrpersonen, die sich bereit erklärt haben, unsere Unterrichtskonzeption durchzuführen und Beobachtungen vorzunehmen. Ganz besonders danken wir in diesem Zuge dem Lehrer B., der die Unterrichtskonzeption mehrfach in seiner Klasse durchgeführt hat und stets für einen Austausch bereit gewesen ist. Wir danken auch unserer studentischen Hilfskraft für jegliche Arbeit und den Schülern der teilnehmenden Klassen, dafür, dass sie sich auf ELIF eingelassen haben.

Danken möchten wir darüber hinaus unseren Gutachtern, unserer Betreuerin Frau Prof. Dr. Barbara Schmidt-Thieme, die zu jeder Zeit zur Verfügung stand, um über Inhalte und ihre Relevanz zu diskutieren und sich dadurch auch Diskussionen zwischen uns beiden ausgesetzt hat sowie Prof. Dr. Torsten Fritzlar, dass er unserem Thema Neugier und Interesse entgegengebracht hat. Auch allen anderen Personen, die uns zu verschiedensten Zeitpunkten immer wieder gute Gedanken mit auf den Weg gegeben haben, möchten wir danken.

Ein besonderer Dank gilt auch unseren Kolleginnen und Kollegen des Instituts für Mathematik und Angewandte Informatik der Universität Hildesheim für den fachlichen Austausch und jegliche Art der Unterstützung.

Zuletzt danke an unser Maskottchen ELIF, welches es uns erlaubt hat, nicht nur wissenschaftlich, sondern ebenso kreativ zu arbeiten und Julius Vater, der ELIF illustriert und somit zum Leben erweckt hat.



---

## Abstrakt

Das Problembasierte Lernen (PBL) ist ein Lehr-Lernansatz, der den aktuellen Forderungen nach einer höheren Anwendungs- und Lernendenorientierung im sekundären und tertiären Bildungsbereich begegnet und sich dort für die Förderung verschiedener fachlicher und überfachlicher Kompetenzen als geeignet herausgestellt hat. Entsprechende Konzepte für den Grundschulmathematikunterricht liegen bisher nicht vor, obwohl das Potenzial von PBL ebenso vielversprechend für diesen erscheint. Diese Arbeit widmet sich daher der Frage, wie PBL für den Mathematikunterricht der Grundschule fruchtbar gemacht werden kann. Mithilfe der Methodologie des Design-Based Research wird ein Unterrichtskonzept theoriebasiert entwickelt, welches die identifizierten und in Merkmalskategorien operationalisierten Kerngedanken von PBL (Offenheit, Eigenaktivität, Kooperation und Kommunikation, Fall als Initiation individueller Lernzielentwicklung) inkorporiert. Das Konzept wird anhand dieser Designmerkmale in sechs iterativen Zyklen im dritten und vierten Schuljahr empirisch evaluiert und darauf aufbauend weiterentwickelt bis das Endkonzept **ELIF** (**E**igenständige **L**ernzielentwicklung und **I**nhalterschließung am **F**all) entstanden ist, welches die Designmerkmale in zufriedenstellendem Umfang in der Unterrichtspraxis umsetzt. Zusätzlich können Gelingensbedingungen und theoretische kontextabhängige Erkenntnisse exploriert werden, sodass Designprinzipien für Fälle und den Einsatz eines Lerntagebuchs im offenen, realitätsbezogenen Mathematikunterricht generiert werden.

---

## Abstract

Problem-based learning (PBL) is a teaching-learning approach that meets the current demands for a higher application and learner orientation in secondary and tertiary education and has proven to be suitable for the promotion of various subject-specific and generic competences. Correspondent concepts for teaching mathematics on elementary school level have not yet been developed, although the potential of PBL seems just as promising for them. This thesis is therefore devoted to investigate in how far PBL can be made prolific for teaching mathematics at primary schools. Using the methodology of design-based research, a teaching concept is developed based on theory, which incorporates the identified key ideas of PBL (open learning, self-activity, cooperation and communication, a case to initiate the self-directed development of individual learning objectives). These are operationalized in design characteristics, which lead the empirical evaluation and further development of the concept in six iterative cycles in third and fourth grade classes until the end concept **ELIF** has been generated, which implements the design characteristics to a satisfactory extent in teaching practice. In addition, conditions for success and theoretical context-dependent knowledge can be explored, so that design principles for cases and the use of a learning diary in open, reality-related mathematics lessons can be generated.

---

## Anmerkung

Aus Gründen der besseren Lesbarkeit wird im Folgenden das generische Maskulinum verwendet. Weibliche und anderweitige Geschlechteridentitäten werden dabei ausdrücklich einbezogen, soweit es für die Aussage erforderlich ist. Die weibliche Form wird nur dann verwendet, wenn sich explizit ausschließlich auf weibliche Personen bezogen wird.

---

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung und Erkenntnisinteresse</b>	<b>1</b>
<b>Teil I Analyse des Bildungsproblems</b>		
<b>2</b>	<b>Problembasiertes Lernen (PBL)</b>	<b>7</b>
2.1	PBL als aus der Medizin stammender Lehransatz	8
2.2	Der Siebensprung als konkreter Ablauf von PBL	10
2.3	PBL als variables Konzept	14
2.4	Definition von PBL anhand allgemeiner Merkmale und Ziele	19
2.5	Stand der wissenschaftlichen Forschung	30
2.5.1	PBL in medizinischen Ausbildungsbereichen	32
2.5.1.1	Die Wirkung von PBL auf den Erwerb fachlicher Kompetenzen	32
2.5.1.2	Die Wirkung von PBL auf den Erwerb überfachlicher Kompetenzen	36
2.5.2	PBL in anderen Ausbildungsbereichen	37
2.5.2.1	Die Wirkung von PBL auf den Erwerb fachlicher Kompetenzen	37
2.5.2.2	Die Wirkung von PBL auf den Erwerb überfachlicher Kompetenzen	39
2.5.3	PBL in der schulischen Bildung	40
2.5.3.1	Die Wirkung von PBL auf den Erwerb fachlicher Kompetenzen	40
2.5.3.2	Die Wirkung von PBL auf den Erwerb überfachlicher Kompetenzen	48

2.5.4	Herleitung des Forschungsdesiderats .....	54
<b>3</b>	<b>Das Forschungsvorhaben der Arbeit .....</b>	<b>57</b>
3.1	Begriffsbestimmung Unterrichtskonzeption .....	57
3.2	Konkretisierung der Forschungsfrage .....	58
3.3	Beschreibung der Methodologie Design-Based Research .....	61
3.3.1	Charakteristika des Design-Based Researchs .....	62
3.3.2	Ablauf des Design-Based Researchs .....	63
3.4	Das Forschungsdesign dieser Arbeit .....	66
<b>Teil II Theoriebasierte Entwicklung des Ausgangskonzepts</b>		
<b>4</b>	<b>Gewinnung der vier Grundideen .....</b>	<b>71</b>
<b>5</b>	<b>Die vier Grundideen auf dem Prüfstand – physiologische und kognitive Bedingungen .....</b>	<b>79</b>
5.1	Gelingendes Lernen und seine Bedingungen .....	80
5.2	Voraussetzungen für entwicklungsgerechtes und – förderndes Lernen .....	84
5.2.1	Fundamentale entwicklungspsychologische Erkenntnisse .....	86
5.2.2	Die Entwicklung mathematischer Kompetenzen .....	87
5.2.3	Die Entwicklung pragmatischer sprachlicher Kompetenzen .....	91
5.2.4	Metakognitive und motivationale Entwicklung .....	92
5.3	Zusammenführung der entwicklungs- und lernpsychologischen Erkenntnisse .....	95
<b>6</b>	<b>Differenzierte Betrachtung der Grundideen im Kontext Unterricht .....</b>	<b>97</b>
6.1	Grundidee 1: Offenheit .....	97
6.1.1	Offener Unterricht aus fachübergreifender didaktischer Perspektive .....	98
6.1.2	Offener Unterricht aus mathematikdidaktischer Perspektive .....	102
6.1.3	Empirische Erkenntnisse zum offenen Unterricht .....	103
6.1.4	Merkmale offenen Unterrichts .....	109
6.2	Grundidee 2: Eigenaktivität .....	113
6.2.1	Selbstgesteuertes Lernen aus fachübergreifender didaktischer Perspektive .....	114

6.2.2	Selbstgesteuertes Lernen aus mathematikdidaktischer Perspektive .....	117
6.2.3	Empirische Erkenntnisse zum selbstgesteuerten Lernen .....	118
6.2.4	Merkmale selbstgesteuerten Lernens .....	120
6.3	Grundidee 3: Kooperation und Kommunikation .....	124
6.3.1	Kooperatives Lernen aus fachübergreifender didaktischer Perspektive .....	124
6.3.2	Empirische Erkenntnisse über kooperative Lernprozesse .....	127
6.3.3	Kommunikation aus allgemeinpädagogischer Perspektive .....	133
6.3.4	Empirische Erkenntnisse bezüglich des Lernens mit und von Sprache .....	138
6.3.5	Kooperatives Lernen und Kommunikation aus mathematikdidaktischer Perspektive .....	140
6.3.6	Merkmale der Kooperation und Kommunikation ....	143
6.4	Grundidee 4: Fall als Initiation individueller Lernzielentwicklung .....	148
6.4.1	Fälle im Unterricht .....	148
6.4.1.1	Die Arbeit mit Fällen .....	149
6.4.1.2	Empirische Erkenntnisse zum fallorientierten Lernen .....	153
6.4.1.3	Merkmale des Lernens mit Fällen .....	155
6.4.2	Fragenstellen .....	157
6.4.2.1	Die Aktivität, Fragen zu stellen .....	157
6.4.2.2	Empirische Erkenntnisse zum Stellen von Fragen im Unterricht .....	163
6.4.2.3	Merkmale des Fragenstellens .....	167
6.4.3	Ziele setzen .....	169
6.4.3.1	Die Aktivität, sich Ziele zu setzen .....	169
6.4.3.2	Empirische Erkenntnisse zum Setzen von Zielen .....	171
6.4.3.3	Merkmale des Zielesetzens .....	172
6.5	Allgemeine Merkmale der Konzeption .....	174
<b>7</b>	<b>Darstellung des theoriebasierten Ausgangskonzepts .....</b>	<b>183</b>
7.1	Phasen des theoriebasierten Ausgangskonzepts .....	189
7.2	Fälle des theoriebasierten Ausgangskonzepts .....	202

7.3	Lerntagebuch des theoriebasierten Ausgangskonzepts .....	209
<b>8</b>	<b>ELIF auf dem Prüfstand .....</b>	<b>233</b>
8.1	Darstellung und Abgrenzung verwandter Unterrichtskonzeptionen .....	233
8.1.1	Dialogisches Lernen nach Ruf und Gallin .....	234
	8.1.1.1 Das Konzept des dialogischen Lernens .....	235
	8.1.1.2 Merkmale dialogischen Lernens .....	237
	8.1.1.3 Einschätzung des dialogischen Lernens .....	241
8.1.2	Projekt .....	243
	8.1.2.1 Die Projektmethode nach Frey .....	244
	8.1.2.2 Projektunterricht nach Gudjons .....	246
	8.1.2.3 Merkmale der Projektarbeit .....	248
	8.1.2.4 Einschätzung der Projektarbeit .....	249
8.1.3	Freiarbeit .....	251
	8.1.3.1 Prinzipien und Begründung der Freiarbeit .....	253
	8.1.3.2 Einschätzung der Freiarbeit .....	254
8.1.4	Variation von Aufgaben .....	256
	8.1.4.1 Ablauf der Variation von Aufgaben .....	258
	8.1.4.2 Einschätzung der Aufgabenvariation .....	260
8.1.5	Fazit der Gegenüberstellung verwandter Unterrichtskonzeptionen .....	262
8.2	Darstellung und Vergleich von fallähnlichen Aufgabenformaten .....	265
8.2.1	Sachtexte .....	268
8.2.2	Sachprobleme .....	269
8.2.3	Problemhaltige Denk- und Sachaufgaben .....	272
8.2.4	Substanzielle Aufgabenformate .....	274
8.2.5	Forscheraufgaben .....	275
8.2.6	Fazit des Vergleichs .....	276
8.3	Abschluss des ersten Forschungsschwerpunkts .....	277
 <b>Teil III Konzept(weiter-) entwicklung und Evaluation in iterativen Zyklen</b>		
<b>9</b>	<b>Praktische Konzeptionsentwicklung .....</b>	<b>281</b>
9.1	Durchführung .....	283
	9.1.1 Stichprobe und Bedingungen der Durchführung .....	283
	9.1.2 Erhebungsmethoden .....	284

9.1.2.1	Datenerhebung mittels Beobachtung	285
9.1.2.2	Datenerhebung mittels Dokumentenanalyse	289
9.1.3	Beschreibung der Durchführung	291
9.2	Analyse	295
9.2.1	Datenaufbereitung	295
9.2.2	Datenauswertung mittels evaluativer qualitativer Inhaltsanalyse	296
9.3	Re-Design	310
9.4	Qualitätskriterien qualitativer Forschung	310
9.5	Zusammenfassende Betrachtung der Zyklen	316
<b>10</b>	<b>Interpretation und Ergebnisse</b>	<b>319</b>
10.1	Zyklenübergreifende Bewertungsentwicklung	320
10.2	Zyklenübergreifende Modifizierungsentscheidungen und Auffälligkeiten	330
10.3	Darstellung des Endkonzepts ELIF	340
10.3.1	Phasen von ELIF	341
10.3.2	Fälle in ELIF	347
10.3.3	Lerntagebuch in ELIF	359
<b>Teil IV Generierung eines Theoriebeitrags</b>		
<b>11</b>	<b>Komponentenbezogene mathematikdidaktische Erkenntnisse</b>	<b>377</b>
11.1	Komponentenbezogene Erkenntnisse: Fälle	378
11.2	Komponentenbezogene Erkenntnisse: Lerntagebuch	392
<b>Teil V Schlussbetrachtung</b>		
<b>12</b>	<b>Kritische Betrachtung des Forschungsvorgehens in Konzeption und Empirie</b>	<b>403</b>
<b>13</b>	<b>Resümee und Perspektiven</b>	<b>409</b>
<b>Erratum zu: Problembasiertes Lernen im Mathematikunterricht der Grundschule</b>		
		E1
<b>Literatur</b>		<b>419</b>



---

# Abkürzungsverzeichnis

AFB	Anforderungsbereich
bzw.	beziehungsweise
DBR	Design-Based Research
d. h.	das heißt
etc.	et cetera
ggf.	gegebenenfalls
LP	Lehrperson
o. Ä.	oder Ähnlichem
PBL	Problembasiertes Lernen oder Problem-Based Learning
s.	siehe
SuS	Schülerinnen und Schüler
u. a.	unter anderem
u. v. m.	und vieles mehr
vgl.	vergleiche
z. B.	zum Beispiel

---

# Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1.1	Überblick über die Inhaltsbereiche und Zusammenhänge der gesamten Forschung .....	4
Abbildung 2.1	Überblick über die Inhaltsbereiche der Analyse des Bildungsproblems .....	8
Abbildung 2.2	Angebots-Nutzungs-Modell der Wirkungsweise des Unterrichts .....	26
Abbildung 3.1	Strukturmodell des methodischen Handelns .....	58
Abbildung 3.2	Modell des der vorliegenden Untersuchung zugrunde liegenden Design-Based Research-Prozesses .....	66
Abbildung 3.3	Zusammenfassende Darstellung der Analyse des Bildungsproblems .....	67
Abbildung 3.4	Überblick über die Inhaltsbereiche der theoriebasierten Entwicklung eines Ausgangskonzepts .....	68
Abbildung 4.1	Gewinnung der vier Grundideen für die Umsetzung von PBL im Mathematikunterricht der Grundschule .....	72
Abbildung 5.1	Schematischer Aufbau eines Neurons .....	80
Abbildung 5.2	Schematische Darstellung der Übertragung eines Aktionspotenzials einer Synapse .....	81
Abbildung 5.3	Schematische Darstellung einer Hemmung .....	81
Abbildung 5.4	Entwicklungsfaktoren und durch sie bedingte Veränderungen .....	85
Abbildung 6.1	Das Prozessmodell selbstgesteuerten Lernens nach Ziegler und Stöger .....	116

Abbildung 6.2	Fragetypenkatalog .....	162
Abbildung 7.1	Komponenten und Ziele der Unterrichtskonzeption ELIF .....	189
Abbildung 7.2	Seite 1 des Lerntagebuchs .....	214
Abbildung 7.3	Seite 2 des Lerntagebuchs .....	216
Abbildung 7.4	Seite 3 des Lerntagebuchs .....	218
Abbildung 7.5	Seite 4 des Lerntagebuchs .....	220
Abbildung 7.6	Seite 5 des Lerntagebuchs .....	221
Abbildung 7.7	Seite 6 des Lerntagebuchs .....	223
Abbildung 7.8	Seite 7 des Lerntagebuchs .....	224
Abbildung 7.9	Seite 8 des Lerntagebuchs .....	225
Abbildung 7.10	Seite 9 des Lerntagebuchs .....	227
Abbildung 7.11	Seite 10 des Lerntagebuchs .....	228
Abbildung 7.12	Seite 11 des Lerntagebuchs .....	229
Abbildung 8.1	Der dialogische Lernprozess kreisend um das Zentrum der auszuhandelnden Normen .....	236
Abbildung 8.2	Grundmuster der Projektmethode nach Frey (2010) ...	245
Abbildung 8.3	Schritte und Merkmale des Projekts nach Gudjons (1998) .....	246
Abbildung 8.4	Zusammenfassende Darstellung der theoriebasierten Entwicklung eines Ausgangskonzepts .....	278
Abbildung 9.1	Überblick über die Inhaltsbereiche der praktischen Konzeptentwicklung .....	282
Abbildung 9.2	Schematischer Ablauf des Forschungsprozesses .....	292
Abbildung 9.3	Ablauf einer evaluativen qualitativen Inhaltsanalyse .....	297
Abbildung 10.1	Zusammenfassende Darstellung der Konzeptionsentwicklung .....	342
Abbildung 10.2	Für die Schüler aufbereitete Visualisierung der Phasen an der Tafel .....	347
Abbildung 10.3	Das endgültige Lerntagebuch in ELIF .....	373
Abbildung 11.1	Überblick über die Inhaltsbereiche der Generierung eines Theoriebeitrags .....	378
Abbildung 13.1	Zusammenfassende Darstellung der Forschung .....	412

---

# Tabellenverzeichnis

Tabelle 2.1	Der Siebensprung .....	11
Tabelle 2.2	Umsetzung konstruktivistischen Lernens in PBL .....	22
Tabelle 2.3	Potenzielle positive Effekte von PBL .....	55
Tabelle 5.1	Dreidimensionales Klassifikationsschema für die wahrgenommenen Ursachen von Leistungsergebnissen nach Weiner mit Beispielen für typische Attributionen bei Misserfolg [LP = Lehrperson] .....	95
Tabelle 6.1	Dimensionen und Stufenmodell des offenen Unterrichts .....	100
Tabelle 6.2	Merkmale offenen Unterrichts .....	110
Tabelle 6.3	Merkmale selbstgesteuerten Lernens .....	121
Tabelle 6.4	Merkmale kooperativen Lernens .....	144
Tabelle 6.5	Merkmale der Kommunikation .....	146
Tabelle 6.6	Vergleichende Übersicht der Merkmale eines guten Falls .....	151
Tabelle 6.7	Merkmale des Lernens mit Fällen .....	156
Tabelle 6.8	Merkmale des Fragenstellens .....	168
Tabelle 6.9	Merkmale des Zielesetzens .....	173
Tabelle 6.10	Beispielhafte Darstellung des Zusammenhangs zwischen dem Forschungsstand zu PBL, den in Kapitel 5 erarbeiteten Aspekten und den Merkmalen der Grundideen .....	175
Tabelle 6.11	Merkmale der Konzeption .....	176
Tabelle 7.1	Phasen von ELIF .....	199

---

Tabelle 7.2	Antizipierte Lernfragen zum Fall „Ein ganz schön voller Tag“ .....	208
Tabelle 8.1	Einschätzung des dialogischen Lernens bezüglich der Merkmalskategorien .....	242
Tabelle 8.2	Einschätzung der Projektarbeit bezüglich der Merkmalskategorien .....	250
Tabelle 8.3	Einschätzung der Freiarbeit bezüglich der Merkmalskategorien .....	255
Tabelle 8.4	Einschätzung der Variation von Aufgaben bezüglich der Merkmalskategorien .....	261
Tabelle 8.5	Gegenüberstellung der Konzeptionen .....	263
Tabelle 9.1	Beobachtungsbogen des ersten Zyklus .....	286
Tabelle 9.2	Detaillierte Darstellung der dritten Phase des DBR-Zyklus .....	294
Tabelle 9.3	Darstellung des Kategoriensystems anhand der Bewertungskategorie 1 .....	299
Tabelle 9.4	Auszug aus der Auswertungstabelle zur Veranschaulichung des Vorgangs der Auswertung .....	300
Tabelle 9.5	Auszug aus der Auswertungstabelle zur Veranschaulichung des dritten Schritts der Auswertungsmethode .....	301
Tabelle 9.6	Auszug aus der Auswertungstabelle zur Veranschaulichung des vierten Schritts der Auswertungsmethode .....	302
Tabelle 9.7	Modifiziertes Kategoriensystem nach der ersten Auswertung .....	304
Tabelle 9.8	Auszug aus der Auswertungstabelle zur Veranschaulichung des sechsten Schritts der Auswertungsmethode .....	308
Tabelle 10.1	Zyklusübergreifende Übersicht über die Erfüllung der Bewertungskategorien .....	320
Tabelle 10.2	Zyklusübergreifende Modifizierungsentscheidungen und Auffälligkeiten .....	331
Tabelle 10.3	Für die Lehrperson aufbereitete Phasen, die in ELIF durchlaufen werden sollen .....	343
Tabelle 11.1	Fallkonstruktion nach den neuen Kriterien .....	391
Tabelle 13.1	Erfüllung der Grundideen durch ELIF .....	410



# Einleitung und Erkenntnisinteresse

# 1

Eine der wesentlichen Funktionen von Schule ist es

*„Kindern und Jugendlichen die Kenntnisse, Fertigkeiten, Fähigkeiten und Einstellungen zu vermitteln, die sie für weitere Lernprozesse, für den späteren Eintritt in den Arbeitsprozess und für die allgemeine Lebensbewältigung benötigen“ (Wiater 2012, S. 140).*

Daher hat die Lehrperson die Aufgabe, durch die Gestaltung ihres Unterrichts nicht nur die Entwicklung von Fachkompetenz der Schüler, sondern ebenfalls übergreifende, fachunabhängige Fähigkeiten, wie die Eigenständigkeit, Sozialkompetenz und Kritikfähigkeit integrativ als Elemente des Lernens für das Leben im Unterricht zu fördern (vgl. Pehkonen 1989, S. 221). Die zum Aufbau der Fachkompetenz zu behandelnden Inhalte sind weitgehend durch das Kerncurriculum und schulinterne Arbeitspläne vorgegeben, dabei steht aber jede Lehrperson selbst in der Verantwortung, diese für die Schüler aufzubereiten und einen sinnvollen Weg zu finden, diese zu vermitteln. Doch was bedeutet sinnvoll in diesem Zusammenhang? Ein sinnvoller Weg ist zunächst nicht gleichzusetzen mit dem einen Königsweg, da die Existenz eines solchen sich alleine durch die Definition von Unterricht als komplexem Interaktionskonstrukt aus Lehrperson, Inhalt, Schülern und Rahmenbedingungen ausschließt. Sinnvoll kann aber bedeuten, Bezug zu prozessorientierten Kompetenzen zu nehmen, die die Eigenständigkeit, Sozialkompetenz und Kritikfähigkeit fördern und diese in lebensweltlichen Kontexten anzubahnen (vgl. Schupp 2002, S. 31). Daraus ergibt sich die Möglichkeit für die Schüler, die Inhalte individuell in einem für sie relevanten Zusammenhang zu lernen und sie selbst mit Bedeutung füllen zu können.

Dennoch ist es im Schulalltag noch häufig so, dass der Unterricht und im Speziellen der Mathematikunterricht im Vorfeld durch die Lehrperson vollständig vorstrukturiert wird, indem Methoden, Ziele und insbesondere Fragen und deren Lösungen vorbestimmt werden (vgl. Fritzlar 2011, S. 32). Dadurch erhalten die Schüler kaum die Gelegenheit, eigene Fragen an den Inhalt zu stellen und sich diesem entsprechend individueller Interessen und dem jeweiligen Entwicklungs- und Leistungsstand zu nähern. Eine authentische Begegnung mit dem Unterrichtsinhalt wird unterbunden und der Unterricht lediglich auf das Abarbeiten von Fragestellungen der Lehrperson ausgerichtet, sodass kaum die Möglichkeit für die Lernenden besteht, sich in prozessorientierten und überfachlichen Kompetenzen weiterzubilden und dadurch selbst Verantwortung für ihr eigenes Lernen zu übernehmen (vgl. Rieser et al. 2016, S. 207–209).

Die Notwendigkeit des Lernens von Prozessen und der eigenständigen Auseinandersetzung mit Inhalten erkannte bereits Ende des 17. Jahrhunderts der Mathematiker Georg Christoph Lichtenberg

*„Manche Leute wissen alles so, wie man ein Rätsel weiß, dessen Auflösung man gelesen hat, oder einem gesagt worden ist, und das ist die schlechteste Art von Wissenschaft, die der Mensch sich am wenigsten erwerben sollte; er sollte vielmehr darauf bedacht sein, sich diejenigen Kenntnisse zu erwerben, die ihn in den Stand setzen, vieles selbst im Fall der Not zu entdecken, was andere lesen oder hören müssen, um es zu wissen.“* (Lichtenberg 1983, S. 202–203)

Vor allem im Mathematikunterricht ist die Wichtigkeit des verknüpften Lernens von Prozessen und Inhalten durch eine authentische Auseinandersetzung mit dem Inhalt hervorzuheben, da dieser sonst Gefahr läuft, sich auf das Auswendiglernen von vorgesetzten Rechenverfahren und deren von Lebenswelten abgekoppelter Anwendung zu beschränken. Mögliche Konsequenzen eines solchen überwiegend frontal ausgerichteten Mathematikunterrichts können bei Studienanfängern im Fach Mathematik beobachtet werden, die oft nicht in der Lage sind, komplexere mathematische Inhalte eigenständig zu erarbeiten, Zusammenhänge zwischen ihnen herzustellen und Alltagsprobleme zu mathematisieren (vgl. Hefendehl-Hebeker 2016, S. 27–28). Es ist wichtig, bereits in der Grundschule den Grundstein für ein eigenständiges und aktives Erleben und Entdecken von Mathematik zu legen.

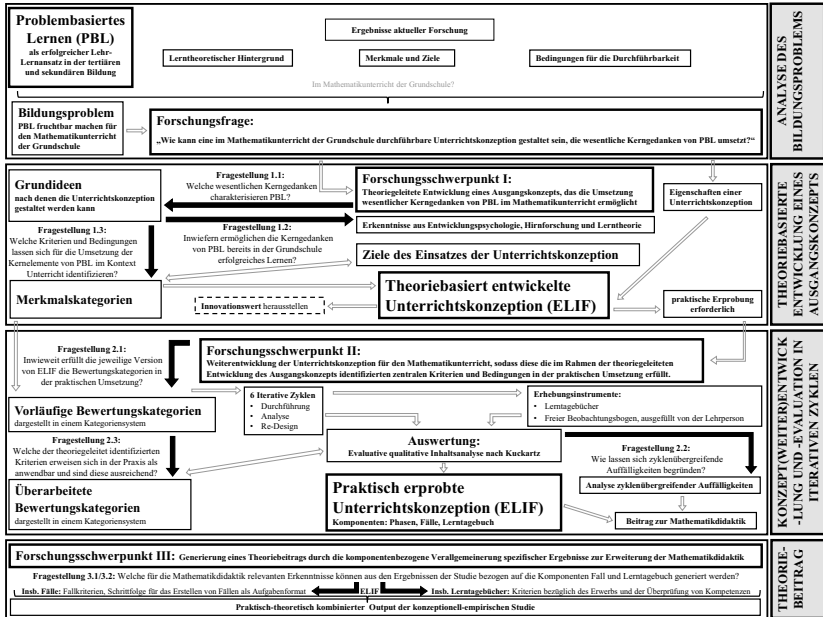
Auch die Unterrichtsforschung zeigt mit PISA 2006 und TIMSS, dass das Lernen von isolierten Fakten im Mathematikunterricht nicht zu einer adäquaten Vorbereitung auf das Leben führen kann (vgl. Stern 2008, S. 187–189).

Seitdem wird der Mathematikunterricht stetig weiterentwickelt, indem offenere Unterrichtsmethoden eingesetzt werden und mehr Wert auf prozessbezogene Kompetenzen wie Problemlösen und Modellieren gelegt wird, die die Schüler befähigen sollen, die Mathematik individuell sowie alltagsbezogen erfahren und einsetzen zu können.

Ein Konzept, das auf Hochschulebene den zuvor genannten Anforderungen des Lernens für das Leben begegnet, ist das Problembasierte Lernen. Dieses verspricht, einen hohen Anwendungs- sowie Realitätsbezug im Zusammenspiel mit eigenaktivem Arbeiten ohne Vernachlässigung des Erwerbs von Inhalten der Schüler in den Mathematikunterricht integrieren zu können. Da momentan keine entsprechenden Ansätze für die Grundschule existieren, ergibt sich das Forschungsinteresse, ein Unterrichtskonzept für den Mathematikunterricht der Grundschule aufbauend auf PBL zu entwickeln.

Mit dieser Arbeit soll folglich ein Beitrag dazu geleistet werden, den Mathematikunterricht lebensnäher, offener und differenzierter gestalten und damit ein Lernen für das Leben als Verknüpfung fachlicher und überfachlicher Kompetenzen ermöglichen zu können, indem ein neues auf PBL aufbauendes Unterrichtskonzept für den Mathematikunterricht der Grundschule entwickelt wird. Dies geschieht ganzheitlich im Sinne der Methodologie des Design-Based Research, indem die Unterrichtskonzeption eigenständig theoriebasiert entwickelt sowie in der Praxis evaluiert und weiterentwickelt wird. Darauf aufbauend können theoretische Erkenntnisse über den Einsatz von Fällen und Lerntagebüchern im Mathematikunterricht generiert werden. Insgesamt liegt der Forschung folglich eine entwicklungsorientierte Herangehensweise zugrunde, die die Darstellung aller Inhalte bestimmt, sodass sich ausgehend von der übergeordneten Fragestellung eine sukzessive Darlegung und Begründung der aufeinander aufbauenden Forschungsschwerpunkte einschließlich zugehöriger untergeordneter Fragestellungen ergibt. Die Abbildung 1.1 gibt einen Überblick über die Forschung sowie die darin berücksichtigten Themenkomplexe und deren Beziehungen.





**Abbildung 1.1** Überblick über die Inhaltsbereiche und Zusammenhänge der gesamten Forschung

---

**Teil I**

**Analyse des Bildungsproblems**



## Problembasiertes Lernen (PBL)

# 2

Diese Arbeit thematisiert die Entwicklung und Evaluation einer auf dem Problembasierten Lernen aufbauenden Unterrichtskonzeption für den Mathematikunterricht der Grundschule. Da das Erkenntnisinteresse sich aus einer Fortbildung zu PBL ergeben hat, wird dieses im Folgenden ausführlich dargestellt. Das Problembasierte Lernen wird dazu mehrperspektivisch beleuchtet, um ein Verständnis dafür zu entwickeln, wo die Ursprünge von PBL liegen, wie es sich entwickelt hat und wie es in verschiedenen Lehr-Lernsituationen bereits umgesetzt wird. Nur so kann festgestellt werden, inwieweit PBL sich für den Einsatz im Mathematikunterricht der Grundschule eignet, das heißt, welche interessanten Aspekte es diesbezüglich bietet und ob tatsächlich noch kein Ansatz existiert, welcher bereits eine adäquate Umsetzung gewährleistet.

Zunächst wird ein historischer Blick auf PBL geworfen und damit die Entstehung im hochschuldidaktischen, insbesondere medizinischen Kontext betrachtet. Die ursprünglichen Ziele von PBL rücken dabei in den Vordergrund. Anschließend wird der Aufbau des Konzepts PBL konkret in den Blick genommen. Dies dient dem Verständnis, wie Lehren und vor allem Lernen innerhalb eines mit PBL gestalteten Unterrichts in der Regel organisatorisch umgesetzt wird. Dabei wird Bezug auf zwei verschiedene Konzepte genommen, wobei eines klar auf den Unterricht an Hochschulen und das andere eher allgemein, also ebenfalls auf den Unterricht an Schulen, ausgerichtet ist. Darauf aufbauend wird ein Überblick über die Vielseitigkeit von PBL gegeben, sodass einerseits die unspezifische Verwendung dieses Begriffs zur Beschreibung verschiedenster Lehr-Lernansätze deutlich wird und andererseits bereits einige grundlegende Komponenten von PBL in den Vordergrund treten, um einen Konsens für diese Arbeit bezüglich des Begriffs zu entwickeln. Im Zuge dessen wird die Rolle der Probleme näher beleuchtet und somit deren Kernfunktion innerhalb des Problembasierten Lernens herausgestellt.

Zusammenfassend wird das Problembasierte Lernen dann unter Betrachtung der zugrundeliegenden lerntheoretischen Hintergründe anhand seiner wichtigsten Merkmale und Ziele charakterisiert, um anschließend einen Blick auf den aktuellen Stand der Forschung zu werfen. Dabei werden verschiedene Bereiche näher betrachtet, in denen PBL vermehrt eingesetzt und überprüft worden ist. Es wird von PBL in der Medizin ausgegangen, da es in dieser Disziplin am besten erforscht ist. Der Bogen zu aktuellen Studien über PBL in der Schule und deren Ergebnisse wird über PBL in verschiedenen Berufsdisziplinen geschlagen. Betrachtet werden Ergebnisse hinsichtlich der Entwicklung oder Verbesserung fachlicher, überfachlicher Kompetenzen sowie affektiver Komponenten des menschlichen Verhaltens durch PBL, da diese im Zentrum der Forschung von PBL stehen und darüber hinaus Anknüpfungspunkte für das Lernen von Mathematik im schulischen Kontext bieten. Aus den dargestellten Studien ergibt sich außerdem die Forschungslücke, in der das beschriebene Erkenntnisinteresse, unter welchen Gelingensbedingungen PBL im Mathematikunterricht der Grundschule umsetzbar ist, greift.

Insgesamt ergibt sich ein klares Bild von PBL als historisch gewachsenem, vielseitig einsetzbarem, didaktisch fundierten Lehr-Lernansatz, der anhand seiner Merkmale und Ziele als ‚State of the Art‘ des Lernens bezeichnet werden und somit den Grundstein für eine zeitgemäße Unterrichtskonzeption für den Mathematikunterricht in der Grundschule bilden kann. Daraus resultiert die in Abbildung 2.1 aufgeführte Forschungsfrage.



**Abbildung 2.1** Überblick über die Inhaltsbereiche der Analyse des Bildungsproblems

## 2.1 PBL als aus der Medizin stammender Lehransatz

PBL wurde erstmals im Jahr 1969 an der medizinischen Fakultät der McMaster-Universität in Kanada als Lehransatz eingeführt. Es stellte eine wichtige didaktische Innovation in der medizinischen Ausbildung dar, da durch PBL die

notwendige Umsetzung einer praxisrelevanten, handlungs- und kompetenzorientierten Ausbildung gewährleistet werden sollte (vgl. Weber 2007a, S. 15). Die Realisierung des PBL-Curriculums zielte darauf ab, dass die Studierenden durch den Einsatz realer Problemstellungen, in diesem Fall also zumeist Krankheitsbildern von Patienten, interdisziplinäres Wissen eigenständig erarbeiteten und vor allem auch anwendeten. Damit sollten die Lernenden auf die Anforderungen einer echten klinischen Diagnose, nämlich das deduktive Schlussfolgern und das Kombinieren domänenübergreifenden Expertenwissens, vorbereitet werden (vgl. Savery 2006, S. 10).

Ausgehend vom Beispiel der McMaster-Universität implementierten andere medizinische Fakultäten in Nordamerika und Europa während der 1980er und 1990er Jahre PBL, sodass es heute als Lehr-Lernansatz in den meisten gesundheitsfachberuflichen Ausbildungen auf der ganzen Welt Einzug gefunden hat (vgl. Savery 2006, S. 15–16). In der Hochschullehre verbreitete sich PBL in den 90er Jahren des zwanzigsten Jahrhunderts auch in anderen Studienfächern, wie beispielsweise den Ingenieurs- und Wirtschaftswissenschaften, der Lehrerbildung und den Jurastudiengängen. Seit Anfang der 90er Jahre wird PBL auch immer wieder vereinzelt in den verschiedenen Schulstufen, insbesondere im naturwissenschaftlichen praxisbezogenen Unterricht, eingesetzt. Durch diesen vielseitigen Einsatz von PBL in den unterschiedlichsten Disziplinen mit Adressaten verschiedenen Alters haben sich allerdings ebenso Fehlaufassungen und Anwendungen von PBL herausgebildet, die vielmehr nur das Label PBL führen, aber in ihren Zielen und im ursprünglichen Gedanken nicht mehr damit gleichzusetzen sind (vgl. Savery 2006, S. 11; Weber 2007a, S. 16).

Nach Barrows können in der medizinischen Bildung durch den Einsatz von PBL verschiedene Ziele erreicht werden. Die vier wichtigsten Ziele, die außerdem PBL als geeigneter als andere Lehr-Lernmethoden für das Lehren an medizinischen Fakultäten ausweisen, sind:

1. Structuring of knowledge for use in clinical contexts (*Wissenserwerb und Anwendung mit Bezug zum späteren Beruf*)
2. The developing of an effective clinical reasoning (*Wissen mit Problemlösen in den Aktivitäten Hypothesenbildung, Forschen und Recherchieren, Datenanalyse, Problemdarstellung und Treffen von Entscheidungen verknüpfen*)
3. The development of effective self-directed learning skills (*Entwicklung von Selbststeuerungs- und Selbsteinschätzungsfähigkeiten in Bezug auf das eigene Lernen*)
4. Increased motivation for learning (*Motivierung anhand relevanter Probleme*) (vgl. Barrows 1986, S. 481–482)

An dieser Stelle zeigt sich bereits, dass PBL einen integrativen Ansatz darstellt, der nicht nur das Erlernen von Inhalten, sondern ebenfalls von investigativen, selbstgesteuerten Prozessen fokussiert. Diese erscheinen ebenfalls im Sinne der Entwicklung prozessbezogener Kompetenzen wie Modellieren und Problemlösen und eines ganzheitlichen Bildungsbeitrags vielversprechend für den Mathematikunterricht.

Zu welchem Grad die oben genannten Ziele erreicht werden können, ist abhängig davon, wie PBL konkret umgesetzt wird.

---

## 2.2 Der Siebensprung als konkreter Ablauf von PBL

Es existieren verschiedene Varianten des Modells PBL. Das ursprüngliche Modell wurde an der McMaster Universität im Bereich des Medizinstudiums ein- und durchgeführt und fokussiert die von Barrows dargestellten Ziele. Gleichzeitig entstanden andere oder daran orientierte veränderte Modelle, die sich jedoch zumeist ebenfalls in sieben Schritte der Durchführung gliedern und dieselben Kerngedanken aufweisen (vgl. z. B. Gräsel 1997, S. 19; Schmidt 1983, S. 13; Walsh 2005, S. 5–6; Weber 2007b, S. 24–25; Zumbach 2003, S. 22).

Im Folgenden wird aus diesem Grund einerseits das McMaster- Modell für PBL in der Medizin nach Walsh 2005 vorgestellt und andererseits ein Blick auf ein bereits eher am Schulunterricht orientiertes Modell von Agnes Weber aus dem Jahr 2007 geworfen (s. Tabelle 2.1). Beide Modelle weisen eine unterschiedliche Strukturierung auf, die aber in den Kerngedanken übereinstimmt und sich in beiden Fällen aus sieben Schritten zusammensetzt, wobei Agnes Weber zusätzliche übergeordnete Phasen benennt.

Während im McMaster-Modell im ersten Schritt (1. Identify the problem) bereits nach dem Lesen des Problemtextes das Problem, unter Berücksichtigung mehrdimensionaler Betrachtung der darin enthaltenen Bedingungen, identifiziert werden soll (vgl. Walsh 2005, S. 4), teilt Weber diesen zentralen ersten Schritt in mehrere Unterstufen ein. Für sie besteht die erste Problemanalyse (I.) zunächst darin, unbekannte Begriff zu klären (1. Begriffe klären) und dadurch eine gemeinsame Sprache zu finden, in der über das Problem kommuniziert werden kann. Weiterhin differenziert sie die Identifikation des Problems (2. Problem bestimmen) in das Finden von drei bis fünf zentralen Teilproblemen oder Kernthemen, die im Problem angesprochen werden, was die anschließende Hypothesenbildung erleichtern soll. Erst dann wird das Problem analysiert (3. Problem analysieren), indem unter der Fragestellung „Was denkst du?“, vorläufige Erklärungen, Hypothesen und begründete Ideen gesammelt werden, sodass das individuelle